

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

**Учреждение образования**

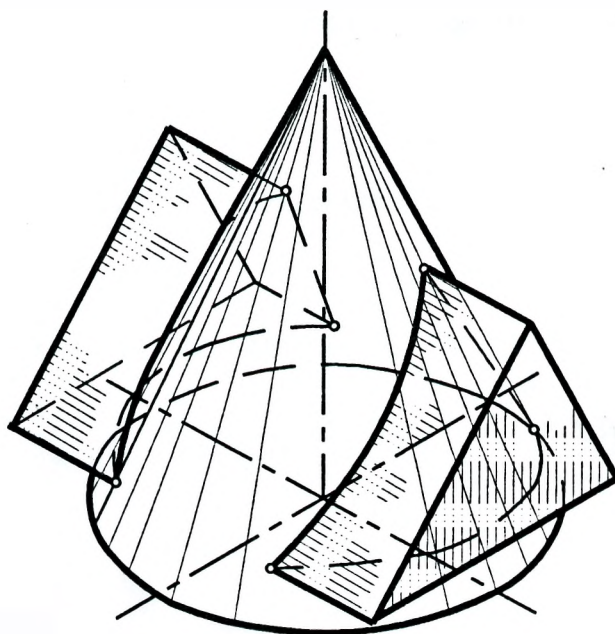
**«БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ»**

**Кафедра начертательной геометрии и инженерной графики**

**НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ  
КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ**

**для иностранных студентов специальности**

**1-69 01 01 «Архитектура»**



**Брест 2011**

УДК К 515(076.8)

Конспект лекций разработан в соответствии с учебной и рабочей программами курса «Начертательная геометрия» и предназначен для самостоятельной работы иностранных студентов специальности «Архитектура» при подготовке к практическим занятиям, выполнении графических заданий и подготовке к экзаменам.

Составители: Н.Н. Яромич, ст. преподаватель  
Н.С. Винник, зав. кафедрой  
Л.П. Шумская, доцент

Под редакцией ст. преподавателя Н.Н. Яромич.

Рецензент: Е.А. Диченская, к. п. н., доцент кафедры теории и методики эстетического образования Брестского государственного университета им. А. С. Пушкина

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Лекция 1. «Методы проецирования. Точка. Прямая»</b>	4
1. Введение. Методы проецирования.	4
1.1. Метод центрального проецирования.	4
1.2. Метод параллельного проецирования.	5
2. Метод ортогонального проецирования (метод Монжа).	5
2.1. Точка. Проецирование точки.	6
2.2. Прямая линия. Следы прямой.	7
2.2.1. Прямые частного положения.	8
<b>Лекция 2. «Прямая и плоскость»</b>	8
1. Взаимное положение прямых.	9
2. Плоскость. Способы задания плоскости. Следы плоскости.	10
2.1. Положение плоскостей в пространстве.	11
2.2. Взаимное положение плоскостей.	11
3. Взаимное расположение точки, прямой и плоскости.	11
3.1. Прямая и точка в плоскости.	12
3.2. Главные линии плоскости.	13
3.3. Прямая, параллельная плоскости.	13
3.4. Прямая, перпендикулярная плоскости.	14
<b>Лекция 3. «Пересечение двух геометрических образов»</b>	15
1. Пересечение двух геометрических образов, когда один из них занимает частное положение.	16
2. Пересекающиеся геометрические образы занимают общее положение.	17
<b>Лекция 4. «Преобразование комплексного чертежа»</b>	18
1. Способ замены плоскостей проекций.	19
2. Способ вращения.	19
2.1. Вращение относительно проецирующих осей.	21
2.2. Вращение относительно линии уровня.	21
2.3. Способ совмещения (вращение вокруг следов плоскости).	22
2.4. Способ плоскопараллельного перемещения.	22
<b>Лекция 5. «Поверхности»</b>	22
1. Образование и задание поверхностей.	23
2. Очерк поверхности.	23
3. Классификация поверхностей.	24
4. Поверхности вращения.	26
5. Развертываемые поверхности.	27
6. Винтовые поверхности.	27
7. Поверхности с плоскостью параллелизма.	29
8. Поверхности параллельного переноса, второго порядка и каркасные.	29
<b>Лекция 6. «Пересечение поверхности плоскостью»</b>	30
1. Пересечение гранной поверхности плоскостью общего положения.	30
2. Пересечение кривой поверхности плоскостью.	31
2.1. Пересечение кривой поверхности плоскостью частного положения.	32
2.2. Пересечение кривой поверхности плоскостью общего положения.	33
<b>Лекция 7. «Пересечение поверхностей»</b>	33
1. Взаимное пересечение многогранников.	34
2. Взаимное пересечение многогранника с кривой поверхностью.	34
3. Взаимное пересечение кривых поверхностей. Способ вспомогательных секущих плоскостей.	35
3.1. Способ вспомогательных секущих плоскостей.	36
3.2. Способ вспомогательных секущих сфер. Теорема Монжа.	37
<b>Лекция 8. «Тени в ортогональных проекциях»</b>	38
1. Способы построения теней.	38
2. Тени основных геометрических форм.	38
2.1. Тень окружности. Тень полуокружности.	39
2.2. Тени полуцилиндра.	39
2.3. Тени конуса.	40
2.4. Тени сферы.	41
2.5. Тени поверхностей вращения.	41
Литература.	42
Приложение 1.	42

# Лекция 1. МЕТОДЫ ПРОЕЦИРОВАНИЯ. ТОЧКА. ПРЯМАЯ

## План лекции

1. Введение. Методы проецирования.
  - 1.1. Метод центрального проецирования.
  - 1.2. Метод параллельного проецирования.
2. Метод ортогонального проецирования (метод Монжа).
  - 2.1. Точка. Проецирование точки.
  - 2.2. Прямая линия. Следы прямой.
    - 2.2.1. Прямые частного положения.

## 1. Введение

Для изображения пространственных форм и изучения их геометрических свойств создан язык плоских изображений (чертежей), выполняемых по определенным правилам и законам. Иногда чертежи называют геометрическими моделями пространственных объектов, так как они дают полную информацию об объекте.

**Главные требования**, предъявляемые к чертежу:

- а) *обратимость* – возможность однозначно и полно определить все геометрические свойства объекта в натуре, т.е. возможность построить запроектованное здание по его проекту;
- б) *простота начертания*, т.е. простота его графического выполнения и удобство выполнения на чертеже метрических операций;
- в) *наглядность* – возможность по плоскому изображению составить пространственное представление о самом объекте.

Плоские изображения, отвечающие этим условиям, могут быть получены с помощью *операций проецирования*.

## Методы проецирования

В зависимости от поставленной задачи и области применения для получения различных вариантов изображений используются следующие методы проецирования:

1. метод центрального проецирования;
2. метод параллельного проецирования;
3. метод ортогонального проецирования (метод Монжа);
4. метод проекций с числовыми отметками.

Для придания изображениям наглядности ряд чертежей необходимо дополнить построением границ теней в предположении, что объект в натуре освещен солнечными лучами, в результате чего образуются собственные и падающие тени.

### 1.1. Метод центрального проецирования (рис. 1)

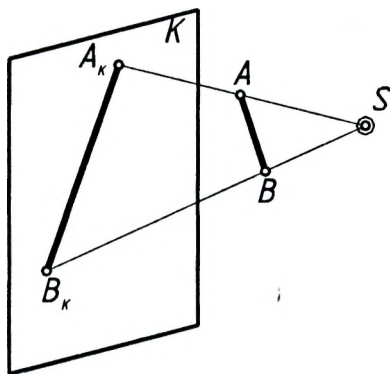


Рисунок 1

**Аппарат проецирования:**

- $K$  – плоскость проекций (картина),
- $S$  – точка зрения (центр проекций),
- $SA, SB$  – проецирующие лучи (проецирующие прямые),
- $SAB$  – проецирующая плоскость,
- $A_k, B_k$  – проекции точек  $A$  и  $B$  на плоскость  $K$  (или след проецирующего луча).

Проецирующая поверхность – коническая.

Метод центрального проецирования является основой зрительного восприятия окружающего нас мира. Он используется для построения перспективных изображений.

### 1.2. Метод параллельного проецирования

Если центром проекций будет бесконечно удаленная (несобственная) точка, проецирующие прямые принимаются параллельными. Они будут определять направление проецирования –  $S$ . Проецирующая поверхность – цилиндрическая.

Это метод *параллельного* проецирования. Он подразделяется на *косоугольное* и *ортогональное проецирование* (рис. 2).

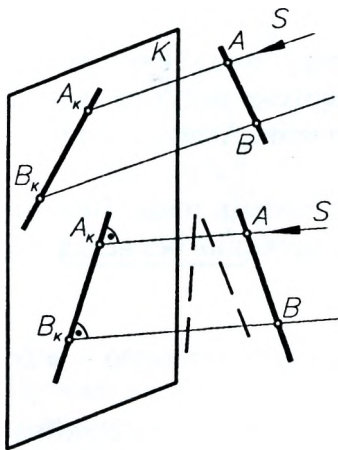


Рисунок 2

Принципиального различия между указанными методами нет, разница в окончательном результате проецирования.

Метод *косоугольного* проецирования используется при построении аксонометрических изображений. Метод *ортогонального* проецирования используется при построении комплексных (ортогональных) чертежей изделий или сооружений.

Рассмотренные выше однокартинные чертежи не обладают свойствами обратимости. Следовательно, к однокартинному чертежу необходимо внести некоторые дополнения.

Это может быть выполнено несколькими способами:

- 1) использованием двух центров;
- 2) использованием двух направлений;
- 3) использованием одного центра и одного направления;
- 4) обозначением у проекций точек их расстояний от плоскости изображения (проекции с числовыми отметками).

Следовательно, *проекторные чертежи* должны иметь не менее двух изображений на одну или две плоскости.

## 2. Метод ортогонального проецирования (метод Монжа)

### 2.1. Точка. Проецирование точки

Для изображения пространственного объекта по методу ортогонального проецирования за плоскости проекций принимают три взаимно перпендикулярные плоскости:

- а)  $H (\Pi_1)$  – горизонтальная плоскость проекций,
- б)  $V (\Pi_2)$  – фронтальная плоскость проекций,
- в)  $W (\Pi_3)$  – профильная плоскость проекций.

Соответственно изображения называются:

- а) горизонтальная проекция или план;
- б) фронтальная проекция или фасад;
- в) профильная проекция или боковой вид.

проекции точки:

- $a (A_1)$
- $a' (A_2)$
- $a'' (A_3)$

Плоскости  $H$ ,  $V$  и  $W$  (рис. 3) пересекаются по прямым  $Ox$ ,  $Oy$  и  $Oz$ , которые называются осями проекций или осями координат. Некоторая особенность архитектурно-строительных чертежей определила расположение профильной плоскости проекций слева.

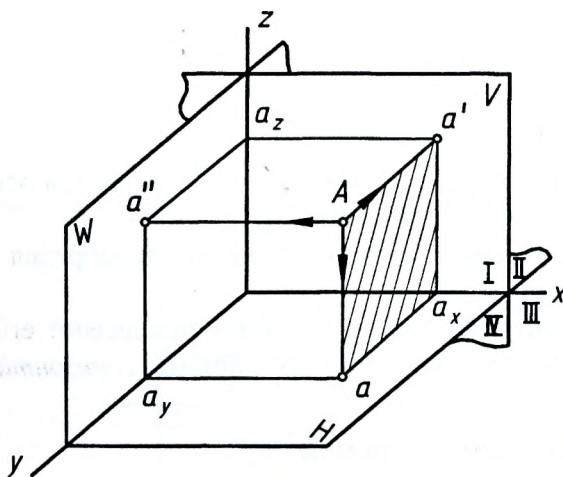


Рисунок 3

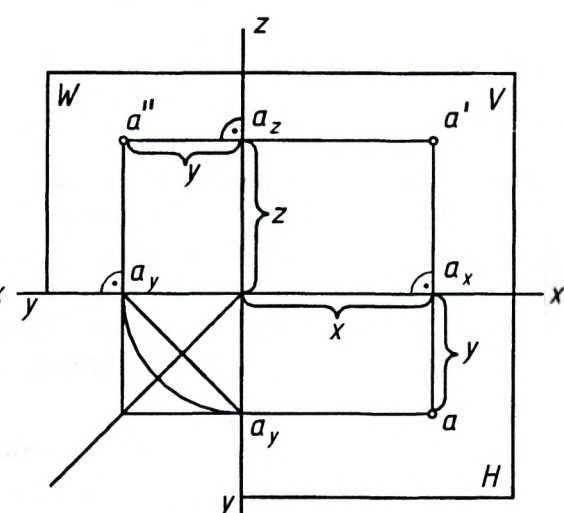


Рисунок 4

Для получения всех 3-х проекций на одном чертеже предполагается, что плоскости  $H$ ,  $V$  и  $W$  совмещены в одну плоскость вращением вокруг осей проекций  $Ox$  и  $Oz$ , при этом ось  $y$  как бы разделяется на две и повторяется на двух проекциях: на горизонтальной и на профильной. Такой совмещенный чертеж называется *эпюром* (рис.4).

$Aa, Aa'$  – проецирующие прямые, определяют плоскость, перпендикулярную к оси  $ox$ . Следовательно, две проекции  $a$  и  $a'$  (горизонтальная и фронтальная) на чертеже будут располагаться на одной прямой, перпендикулярной к оси  $Ox$ , называемой линией связи. Аналогично располагаются проекции  $a'$  и  $a''$  относительно оси  $Oz$ .

Расстояния точки от плоскостей проекций ( $x, y, z$ ) называются координатами точки. При данном методе эти расстояния проецируются на соответствующие плоскости проекций без искажения.

Порядок записи:  $A(x, y, z) - A(20, 15, 10)$

$x$  – широта,  $y$  – удаление,  $z$  – отметка.

Горизонтальную проекцию точки определяют координаты  $a(x, y)$ ; фронтальную –  $a'(x, z)$ ; профильную –  $a''(y, z)$ .

При двух данных проекциях  $a$  и  $a'$  положение точки в пространстве определяется однозначно. Третья проекция обычно не используется (кроме особых случаев).

Плоскости проекций  $H, V$  и  $W$  разделяют пространство на 8 октантов.

Плоскости  $H$  и  $V$  разделяют пространство на 4 четверти или угла.

Изображение объекта обычно располагают в I четверти. В случаях расположения объекта во II, III или IV четверти применяют знаки координат (таблица 1).

Таблица 1

Знаки	$x$	$y$	$z$
I четверть	+	+	+
II четверть	+	-	+
III четверть	+	-	-
IV четверть	+	+	-

У точек, принадлежащих плоскостям проекций, одна координата равна нулю (рис. 5). Следовательно, одна проекция совпадет с осью проекций – точки  $K(k, k')$  и  $L(l, l')$ .

У точек, принадлежащих осям проекций, две координаты равны нулю точка  $M(m, m')$ .

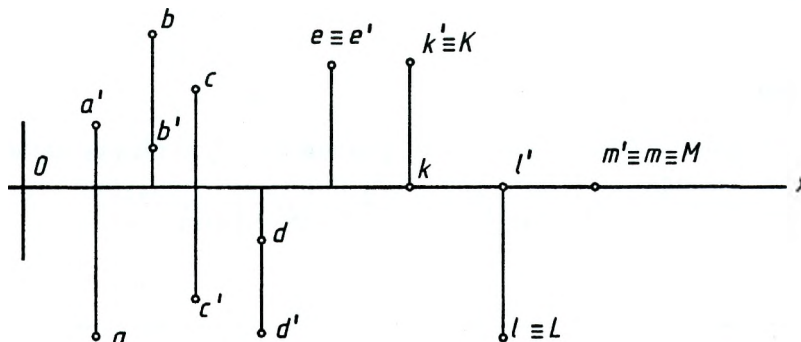


Рисунок 5

При необходимости плоскость проекций может перемещаться параллельно себе, а ось проекций может отсутствовать, но должны быть известны направления линий связи.

Некоторая особенность составления архитектурно-строительных чертежей определила расположение профильной плоскости проекций слева.

Поскольку было установлено, что две проекции объекта однозначно определяют его в пространстве, в дальнейшем будем почти всегда оперировать двумя проекциями: *горизонтальной* и *фронтальной*.

## 2.2. Прямая линия. Следы прямой

Из геометрии известно, что прямая линия в пространстве однозначно определяется 2-мя точками, поэтому на эпюре (чертеже) прямая задается проекциями  $ab$  и  $a'b'$  двух любых ее точек  $A$  и  $B$  (рис. 6).

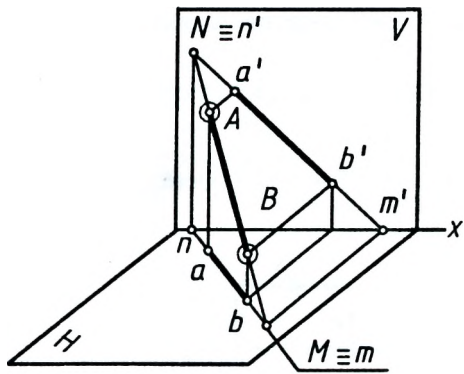


Рисунок 6

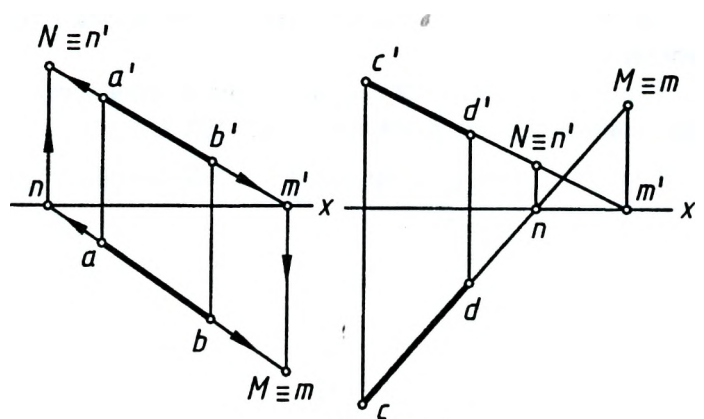


Рисунок 7

Прямая, не параллельная и не перпендикулярная ни одной из плоскостей проекций, называется *прямой общего положения*.

Точки пересечения прямой с плоскостями проекций называют *следами прямой* (рис. 6, 7):  $M(m, m')$  – горизонтальный след,  $N(n, n')$  – фронтальный след.

**Правило:** чтобы построить горизонтальный след прямой  $M$ , необходимо фронтальную проекцию прямой продолжить до пересечения с осью  $x$  и получить фронтальную проекцию горизонтального следа  $m'$ . Из полученной точки восстановить или опустить перпендикуляр до пересечения с продолжением горизонтальной проекции прямой. Получаем горизонтальный след  $M$ , совпадающий с его горизонтальной проекцией  $m$ .

**Примечание:** способ построения следов прямой используется при построении тени точки.

Ортогональные проекции отрезка прямой общего положения всегда меньше его натуральной величины. *Натуральная величина отрезка* (рис. 8) равна гипотенузе прямоугольного треугольника, у которого одним катетом служит одна проекция отрезка, а другим – разность координат его концов, взятая из другой проекции.

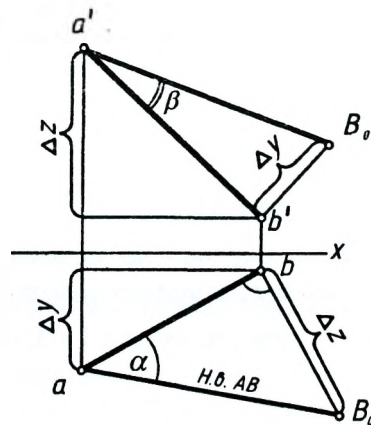
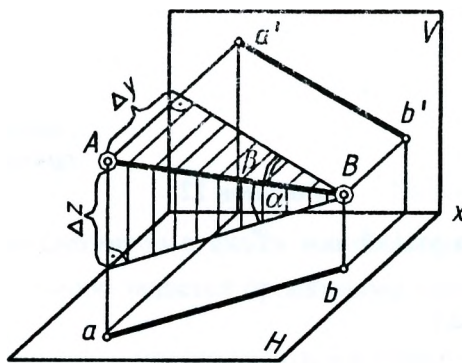


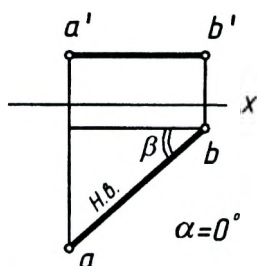
Рисунок 8

$\alpha$  и  $\beta$  – углы наклона прямой к плоскостям проекций ( $\alpha$  – к  $H$ ,  $\beta$  – к  $V$ ).

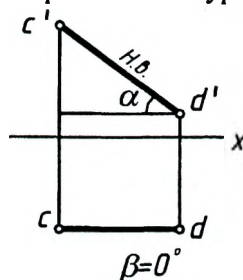
### 2.2.1. Прямые частного положения

Прямые, параллельные одной плоскости проекций, называются *прямыми уровня* (рис. 9).

Горизонтального уровня



Фронтального уровня



Профильного уровня

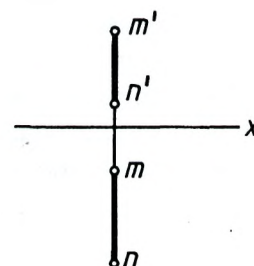
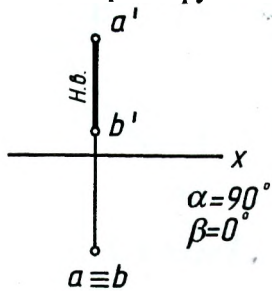


Рисунок 9

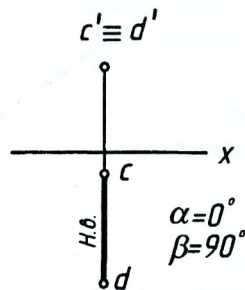
Прямые, принадлежащие одной из плоскостей проекций, называются прямыми нулевого уровня.

Прямые, перпендикулярные одной плоскости проекций и параллельные двум оставшимся, называются *проецирующими* (рис. 10).

Горизонтально проецирующая



Фронтально проецирующая



Профильно проецирующая

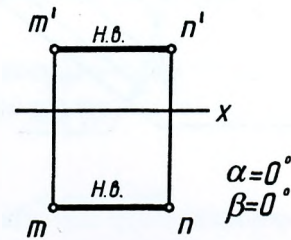


Рисунок 10

Если точка принадлежит прямой, то ее проекции принадлежат соответствующим проекциям прямой (рис. 11).

Если точка делит отрезок в каком-либо соотношении, то и проекции точки делят проекции отрезка в том же соотношении (рис. 12).

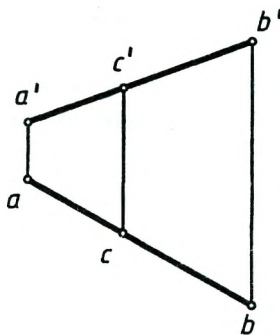


Рисунок 11

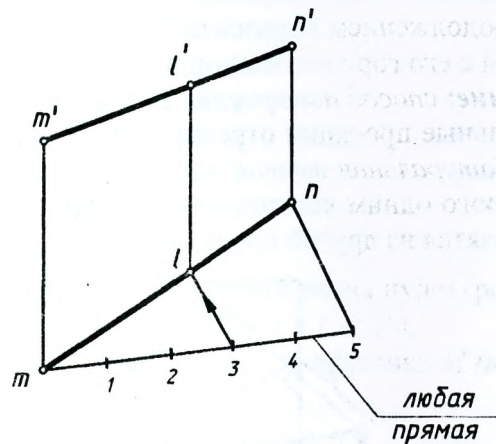


Рисунок 12

Изучить самостоятельно по методическим указаниям «Тени в ортогональных проекциях» тени точки и прямых различного положения.

В приложении 1 решить задачи 1 - 3, стр. 42-43.

## Лекция 2. ПРЯМАЯ И ПЛОСКОСТЬ

### План лекции

1. Взаимное положение прямых.
2. Плоскость. Способы задания плоскости. Следы плоскости.
  - 2.1. Положение плоскостей в пространстве.
  - 2.2. Взаимное положение плоскостей.
3. Взаимное расположение точки, прямой и плоскости.
  - 3.1. Прямая и точка в плоскости.
  - 3.2. Главные линии плоскости.
  - 3.3. Прямая, параллельная плоскости.
  - 3.4. Прямая, перпендикулярная плоскости.

### 1. Взаимное положение прямых

Две прямые в пространстве могут быть параллельны, пересекаться (рис. 1) и скрещиваться (рис. 2).



1. Одноименные проекции параллельных прямых тоже параллельны.
2. Одноименные проекции пересекающихся прямых тоже пересекаются, и точки их пересечения расположены на одной линии проекционной связи.

Произвольный угол, образованный пересекающимися прямыми, проецируется без искажения только тогда, когда его плоскость параллельна плоскости проекций. Прямой угол проецируется без искажения уже тогда, когда его одна сторона параллельна плоскости проекций.

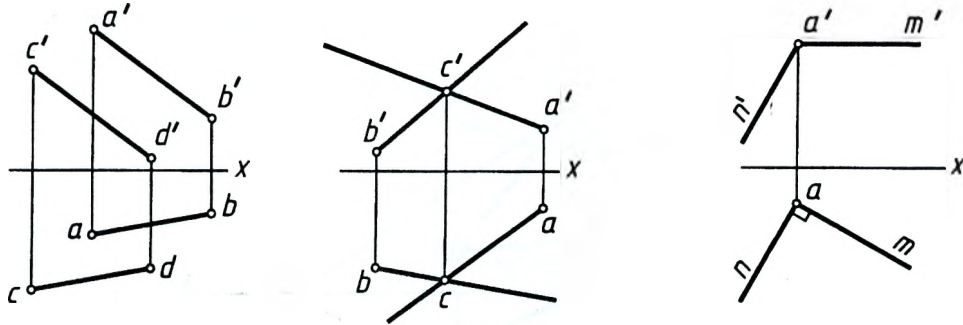


Рисунок 1

3. Одноименные проекции скрещивающихся прямых могут пересекаться, но точки их пересечения не лежат на одной линии проекционной связи.

Видимость скрещивающихся прямых.  $A$  и  $B$ ,  $C$  и  $D$  – конкурирующие точки. Видимой считается точка с большей абсолютной координатой: на плоскости  $H$  – точка  $C$ , на плоскости  $V$  – точка  $B$ .

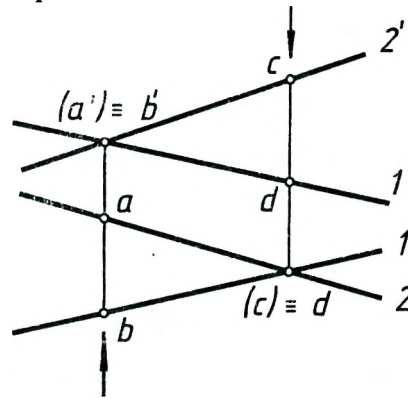


Рисунок 2

## 2. Плоскость

Плоскость на эюре задается проекциями точек или прямых, принадлежащих этой плоскости (рис. 3).

Например, плоскость можно задать 3-я точками, не лежащими на одной прямой.

От такого задания плоскости при необходимости можно перейти к заданию плоскости прямой и точкой, не лежащей на ней. А также плоскость можно задать двумя параллельными прямыми, двумя пересекающимися прямыми или любой плоской фигурой, например,  $\triangle ABC$ .

Иногда удобно плоскость задавать следами (рис. 4), которые являются линиями пересечения заданной плоскости с плоскостями проекций.

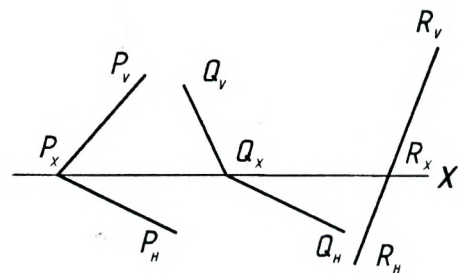
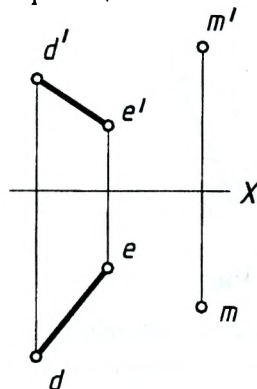
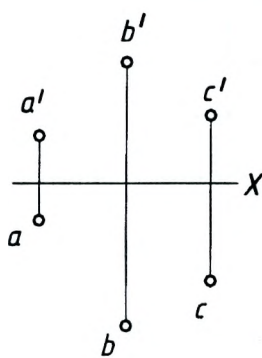


Рисунок 3

Рисунок 4

Название следов:  $P_H$  – горизонтальный;  $P_V$  – фронтальный;  $P_W$  – профильный.

Чаще всего плоскости задаются горизонтальным и фронтальным следами. Вторые проекции этих следов совпадают с осью  $Ox$  и обычно не обозначаются.

Для перехода от задания плоскости прямыми линиями к заданию ее следами, нужно найти и соединить одноименные следы двух прямых этой плоскости (рис. 5), например:  $M_1$  и  $M_2$ ;  $N_1$  и  $N_2$ . Горизонтальный и фронтальный следы плоскости пересекаются только на оси  $Ox$  в собственной или несобственной точке. Точка пересечения следов называется *точкой схода* ( $P_X$ ).

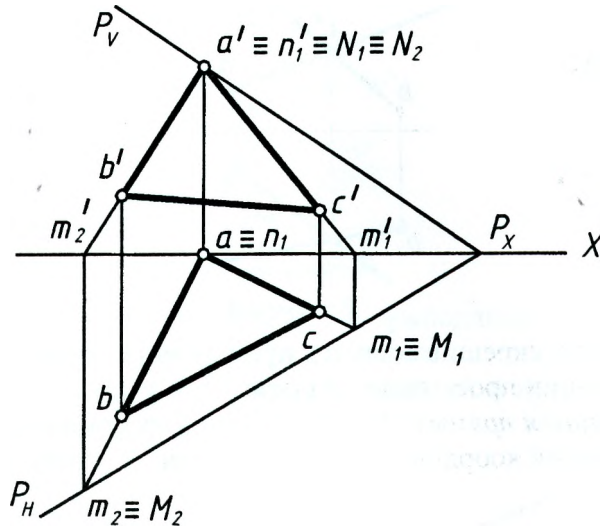


Рисунок 5

**Правило:** следы плоскости проходят через следы прямых, задающих эту плоскость.

**Обратное утверждение:** если прямая принадлежит плоскости, то ее следы лежат на следах плоскости.

В приложении 1 решить задачу 4, стр. 44.

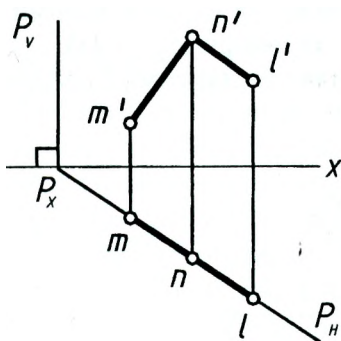
## 2.1. Положение плоскостей в пространстве

а) **плоскости общего положения** – это плоскости, не параллельные и не перпендикулярные ни одной из плоскостей проекций. На чертеже такие плоскости не имеют вырожденных в прямую линию проекций (все рассмотренные выше плоскости). Следы плоскостей общего положения могут составлять с осью  $Ox$  различные углы, отличные от  $90^\circ$  и  $180^\circ$ .

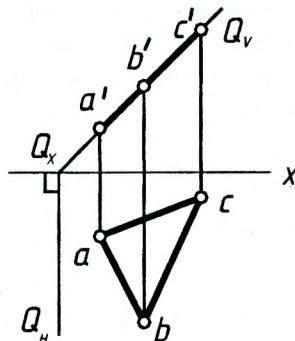
б) **плоскости частного положения:**

1 группа – плоскости, перпендикулярные одной из плоскостей проекций, называются **проецирующими плоскостями** (рис. 6).

Горизонтально проецирующие



Фронтально проецирующие



Профильно проецирующие

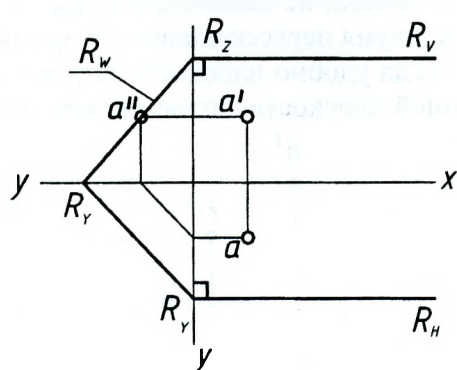


Рисунок 6

След, в который проецируется вся плоскость, называется **главным** или **вырожденным**.

**Примечание:** особенность проецирующей плоскости заключается в том, что одна проекция фигуры, лежащей в такой плоскости, вырождается в прямую линию, которая совпадает с глав-

ным следом плоскости. Эта особенность проецирующих плоскостей создает удобства при решении ряда задач.

2 группа – плоскости, параллельные одной из плоскостей проекций, называются **плоскостями уровня** (рис. 7).

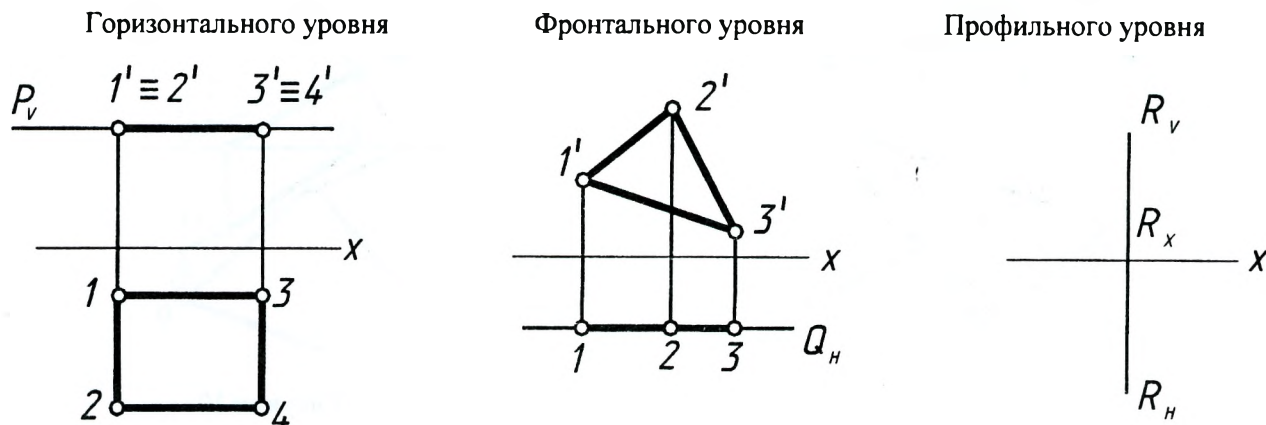


Рисунок 7

Очевидно, что плоскости уровня являются в то же время проецирующими плоскостями и обладают теми же особенностями.

## 2.2. Взаимное положение плоскостей

а) **параллельные плоскости** (рис. 8). Если две плоскости в пространстве параллельны, то их одноименные следы тоже параллельны или две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны двум пересекающимся прямым второй плоскости.

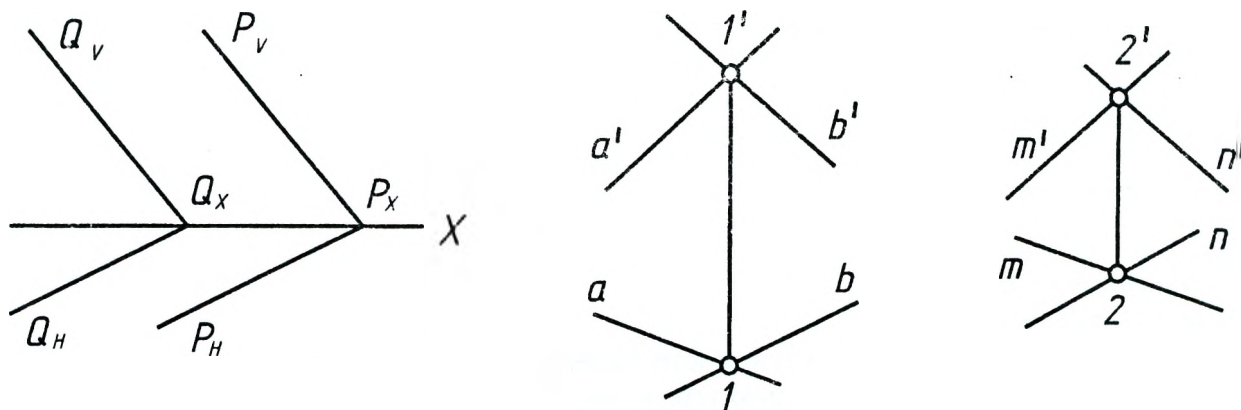


Рисунок 8

б) **пересекающиеся плоскости**. Плоскости, не отвечающие вышеуказанным признакам, будут пересекаться.

## 3. Взаимное расположение точки, прямой и плоскости

Все основные задачи начертательной геометрии можно разделить на 2-е группы: **позиционные** и **метрические**.

Важнейшими позиционными являются задачи на **взаимную принадлежность** и **взаимное пересечение** геометрических образов.

### 3.1. Прямая и точка в плоскости

Прямая принадлежит плоскости в том случае, если имеет с ней две общие точки (например, точки 1 и 2) (рис. 9). Одной из проекций прямой задаемся произвольно, вторую строим.

Если плоскость задана следами, то общие точки удобно брать на ее следах (рис. 10). Для того чтобы точка *E* принадлежала плоскости, она должна принадлежать какой-либо прямой этой плоскости (рис. 9).

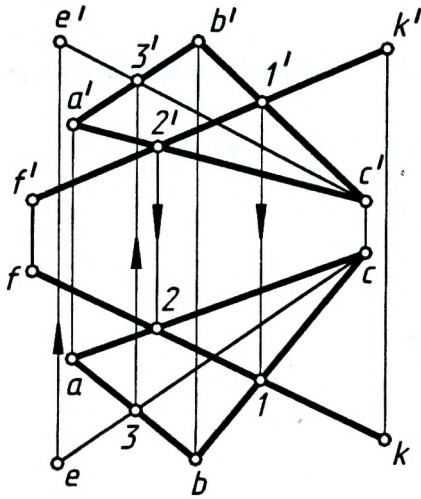


Рисунок 9

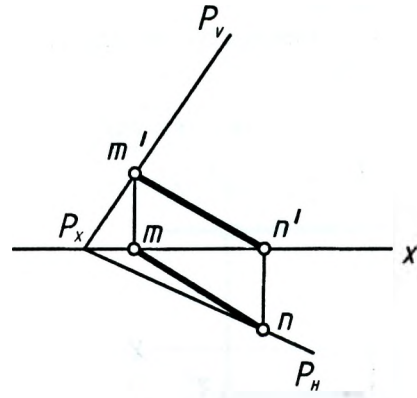


Рисунок 10

### 3.2. Главные линии плоскости

Из множества прямых линии плоскости выделим группу прямых, называемых *главными линиями плоскости* (рис. 11).

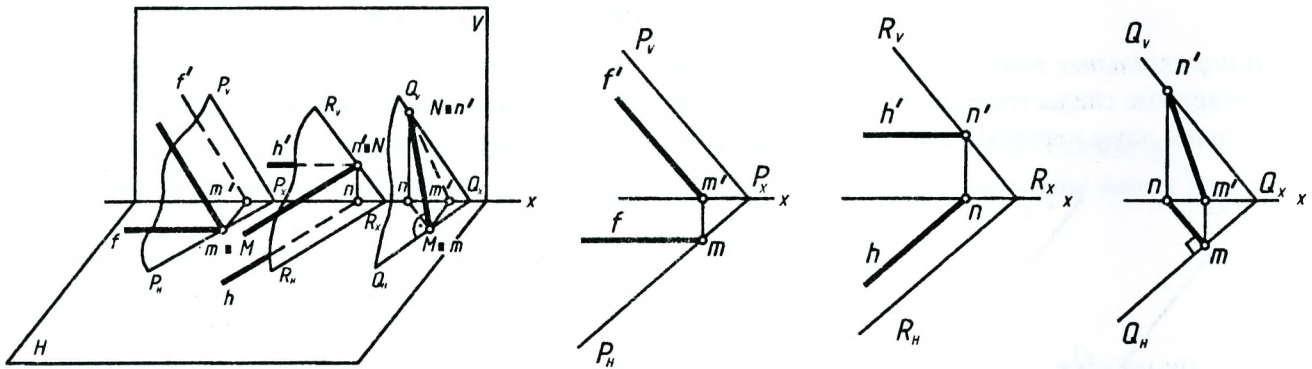


Рисунок 11

$h$  – горизонталь плоскости,

$f$  – фронталь плоскости.

$MN$  – линия наклона плоскости к плоскости проекций  $H$  (линия наибольшего ската)

$h$  и  $f$  – это те же линии уровня, только теперь они лежат в заданной плоскости, и одна их проекция располагается параллельно оси  $Ox$ , а вторая – параллельно соответствующему следу.

Для построения горизонтали и фронтали плоскости, заданной не следами, вначале проводится та проекция, которая параллельна оси  $Ox$ .

**Пример:** в плоскости заданной: а)  $\Delta ABC$  ( $abc, a'b'c'$ ) и б) двумя пересекающимися прямыми  $l$  ( $l, l'$ )  $\cap e$  ( $e, e'$ ) (рис. 12) провести горизонталь  $h$  ( $h, h'$ ), фронталь плоскости  $f$  ( $f, f'$ ) и линию наибольшего ската плоскости  $AB$  ( $ab, a'b'$ ).

Линия наклона плоскости характеризует угол наклона плоскости к соответствующей плоскости проекций. Одна проекция этой линии всегда располагается перпендикулярно к соответствующему следу плоскости (горизонтальному или фронтальному) (рис. 11). При отсутствии следов плоскости для построения такой прямой используется горизонтальная проекция горизонтали или фронтальная проекция фронтали (рис. 12, б).

$AB$  ( $ab, a'b'$ ) – линия наклона заданной плоскости к плоскости проекций  $H$ . Угол  $\alpha$  определяется между горизонтальной проекцией прямой  $ab$  и н.в.  $AB$ .

**Примечание:** построение теней плоскости изучить самостоятельно по методическим указаниям «Тени в ортогональных проекциях».

В приложении 1 решить задачу 5, стр. 44.

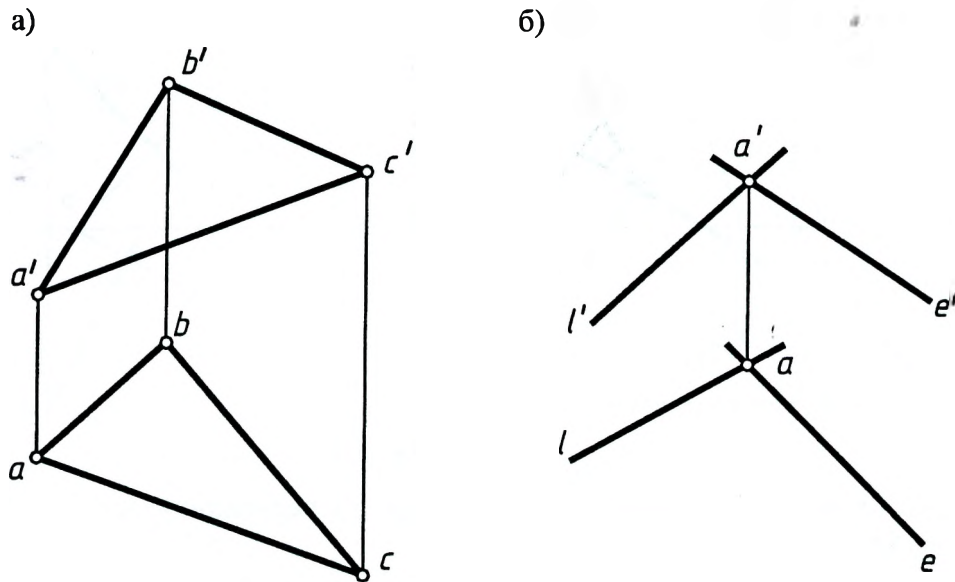


Рисунок 12

### 3.3. Прямая, параллельная плоскости

Если прямая параллельна плоскости, то она должна быть параллельна какой-либо прямой этой плоскости.

**Пример:** через точку  $A(a, a')$  провести прямую  $m(m, m')$  параллельную плоскости  $P$ , заданной параллельными прямыми  $k(k, k')$  и  $l(l, l')$  (рис. 13), и следами  $P_H, P_V$  (рис. 14).

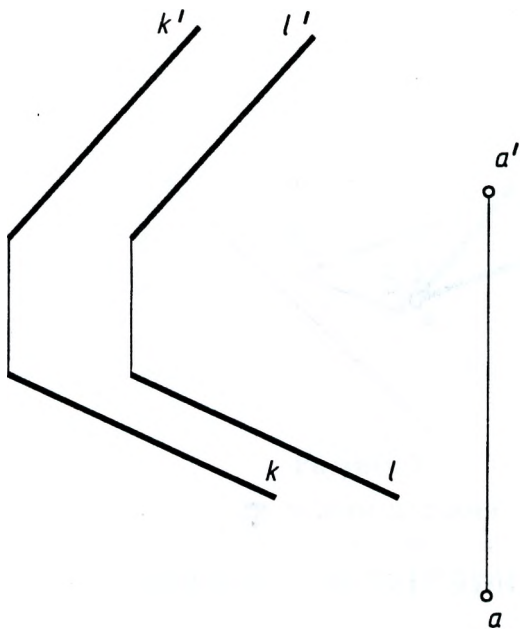


Рисунок 13

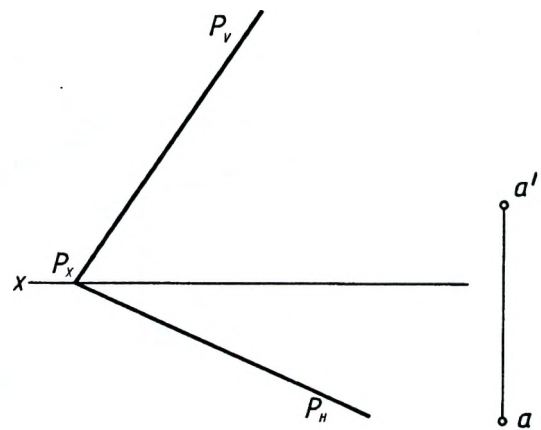


Рисунок 14

Одна любая проекция прямой проводится произвольно, а другая достраивается. Задача имеет множество решений.

### 3.4. Прямая, перпендикулярная плоскости

Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым этой плоскости (рис. 15). На основании проецирования прямого угла нетрудно установить, что проекции прямой  $p$ , перпендикулярной плоскости, располагаются:

- горизонтальная проекция  $p \perp h$  или перпендикулярна горизонтальному следу плоскости  $p \perp R_H$ ,
- фронтальная проекция  $p' \perp f'$  или перпендикулярна фронтальному следу плоскости  $p \perp R_V$ .

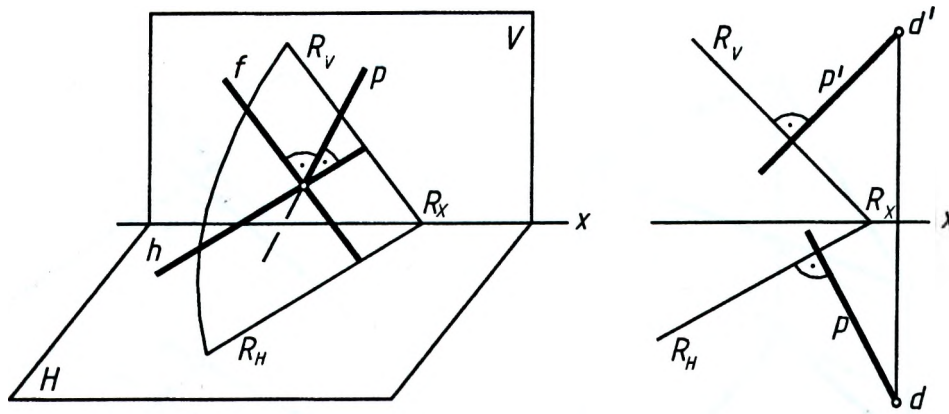


Рисунок 15

**Задача.** Через точку  $D(d, d')$  провести прямую  $p(p, p')$ , перпендикулярную плоскости  $\Delta ABC$  ( $abc, a'b'c'$ ) (рис. 16).

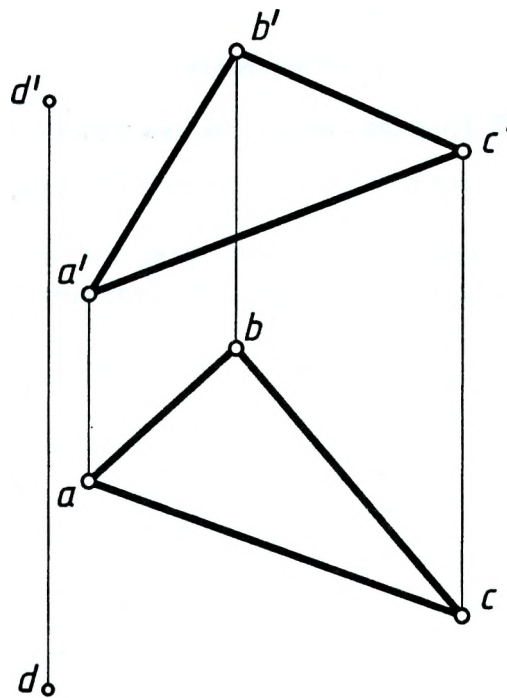


Рисунок 16

В приложении 1 решить задачу 6, стр. 44.

### Лекция 3. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ДВУХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБРАЗОВ

#### План лекции

1. Пересечение двух геометрических образов, когда один из них занимает частное положение.
2. Пересекающиеся геометрические образы занимают общее положение.

*Геометрические образы (ГО)*

- 1) Прямая – плоскость
- 2) Прямая – поверхность
- 3) Плоскость – плоскость
- 4) Плоскость – поверхность
- 5) Поверхность – поверхность

*Общий элемент*

одна точка  
 две и более точки  
 прямая линия  
 плоская ломаная или кривая линия  
 пространственная ломаная или кривая линия

Применяемый алгоритм решения по определению общего элемента пересекающихся ГО будет один и тот же.

# 1. Пересечение двух геометрических образов, когда один из них занимает частное положение

В таком случае одна из проекций определяемого общего элемента будет известна, так как она совпадет с вырожденной проекцией заданного ГО. По ней достраивается вторая проекция (см. рис. 1 – 4).

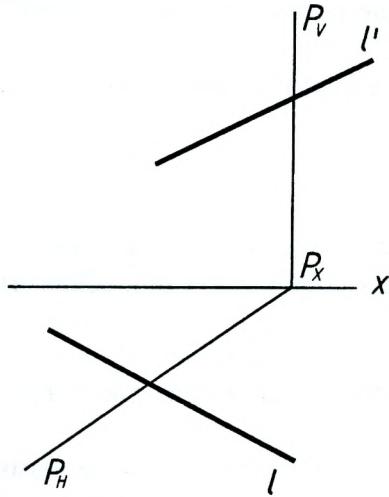


Рисунок 1

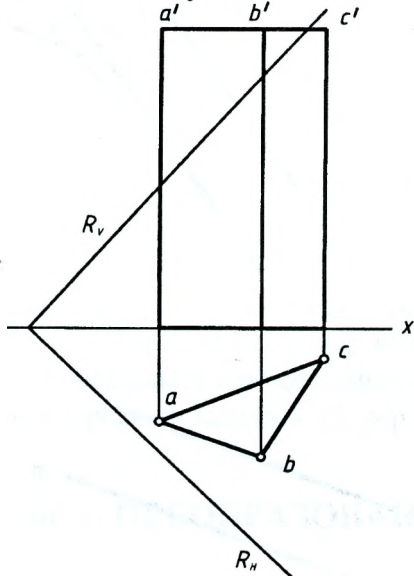


Рисунок 3

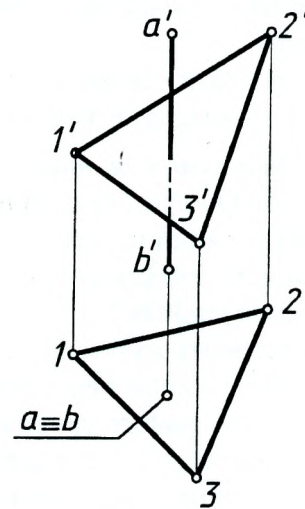


Рисунок 2

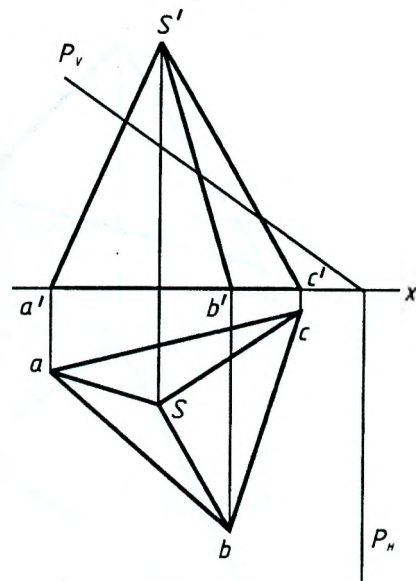


Рисунок 4

Если две плоскости заданы следами, пересекающимися в пределах чертежа, то определить линию их пересечения достаточно просто, так как она проходит через точки пересечения одноименных следов (рис. 5).

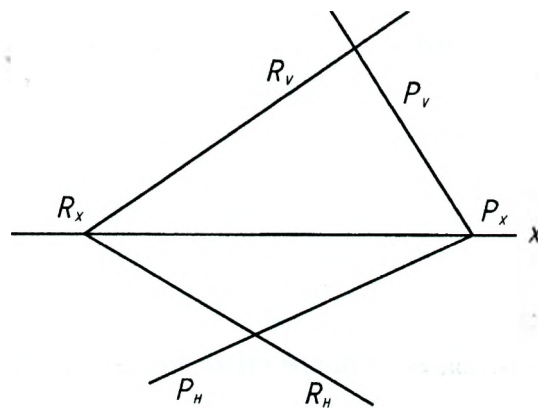


Рисунок 5

В приложении 1 решить задачу 7, стр. 45.

## 2. Пересекающиеся геометрические образы общего положения

Если заданные геометрические образы занимают общее положение относительно плоскостей проекций, то для нахождения их общего элемента применяются вспомогательные плоскости или поверхности – посредники. В качестве плоскостей-посредников используются преимущественно плоскости частного положения, дающие простейшие вспомогательные линии сечения – прямые или окружности.

**Примечание:** если одним из заданных геометрических образов будет прямая линия, то посредник всегда совпадает с этой прямой.

**Алгоритм решения для общего случая:**

- 1) Данные ГО пересекаются посредниками.
- 2) Строятся линии пересечения посредника с каждым ГО в отдельности.
- 3) Точки пересечения полученных линий между собой будут принадлежать искомой линии пересечения данных ГО.

**Пример:** построить линию пересечения двух плоскостей (рис. 6).

Для построения линии пересечения заданных плоскостей в качестве посредников взяты две плоскости горизонтального уровня  $R$  и  $T$ .

Определены прямые  $4-5$ ,  $6-3$  и  $EF$ ,  $QU$  пересечения посредников с заданными плоскостями.

Точки пересечения полученных прямых  $K_1$  и  $K_2$  определили искомую линию пересечения плоскостей.

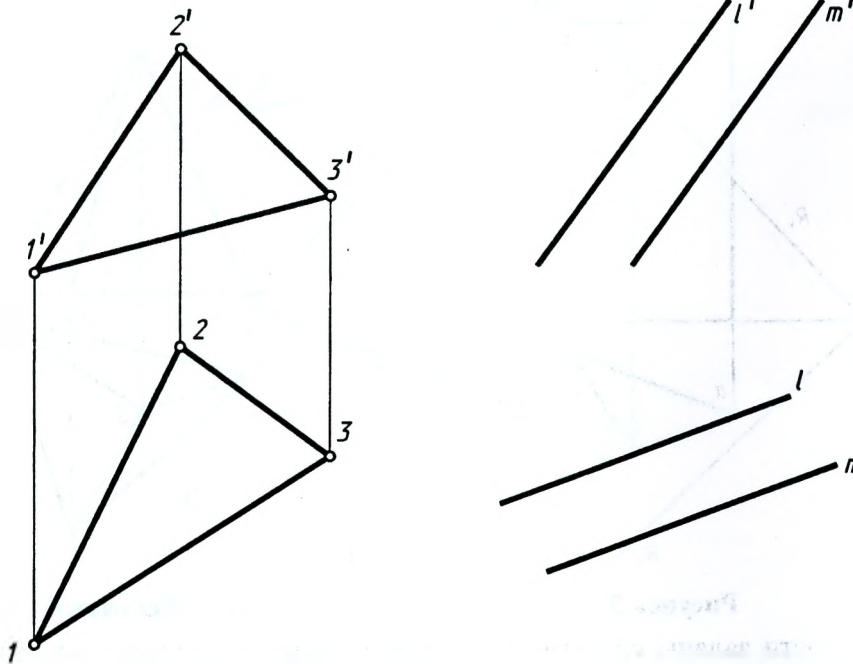


Рисунок 6

**Алгоритм решения:**

- 1)  $R$  и  $T$  – плоскости-посредники;
- 2)  $4-5 = \text{пл. } 123 \cap \text{пл. } R$   
 $EF = \text{пл. } (l \parallel m) \cap \text{пл. } R$   
 $6-3 = \text{пл. } 123 \cap \text{пл. } T$   
 $QU = \text{пл. } (l \parallel m) \cap \text{пл. } T$
- 3)  $4-5 \cap EF = K_1$   
 $6-3 \cap QU = K_2$
- 4)  $K_1K_2 (k_1'k_2'; k_1k_2)$

Решение значительно упростится, если посредники провести через какие-либо линии заданных ГО.

Рассмотрим это решение на примере построения точки пересечения прямой с плоскостью, так как плоскость-посредник всегда проводится через прямую линию (рис. 7 а, б).



### Алгоритм решения:

- 1) Через прямую проводим вспомогательную плоскость преимущественно частного положения (заключаем прямую в плоскость).
- 2) Определяем линию пересечения данной плоскости и вспомогательной.
- 3) Точка пересечения данной прямой и полученной и будет искомой.

**Примечание:** данный алгоритм используется при построении тени точки на любую плоскость, т.е. определяется точка пересечения светового луча с заданной плоскостью (рис. 8).

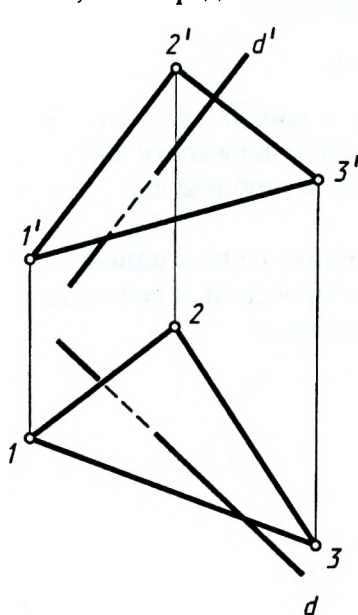


Рисунок 7а

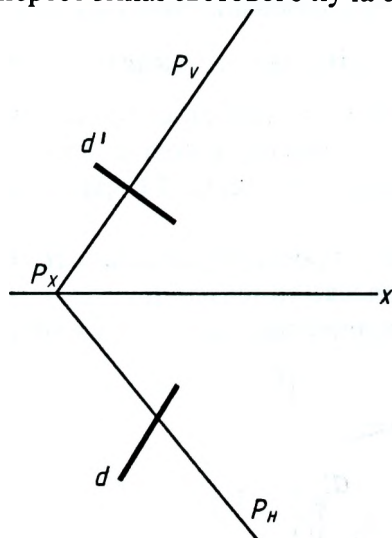


Рисунок 7б

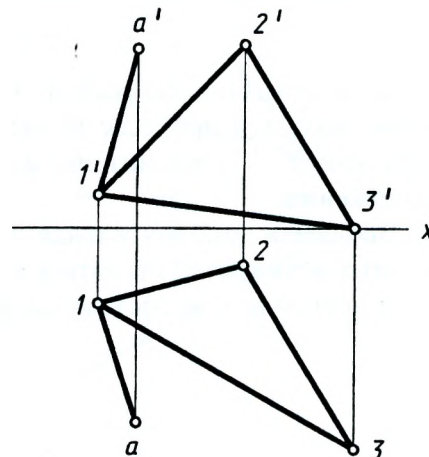


Рисунок 8

**Примечание:** рассмотренный алгоритм используется также при построении линии пересечения гранных поверхностей.

Вначале определяются точки пересечения ребер первой поверхности с гранями второй. Затем определяются точки пересечения ребер второй поверхности с гранями первой. И, наконец, полученные точки последовательно соединяются ломаной линией.

В приложении 1 решить задачи 8-12, стр. 45-47.

## Лекция 4. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ КОМПЛЕКСНОГО ЧЕРТЕЖА

### План лекции

1. Способ замены плоскостей проекций.
2. Способ вращения.
  - 2.1. Вращение относительно проецирующих осей.
  - 2.2. Вращение относительно линии уровня.
  - 2.3. Способ совмещения (вращение вокруг следов плоскости).
  - 2.4. Способ плоскопараллельного перемещения.

В тех случаях, когда рассматриваемые геометрические образы занимают частное положение, решение метрических и позиционных задач значительно упрощается. Поэтому при решении метрических задач используют различные способы преобразования проекций. Преобразования дают возможность получать дополнительные проекции, на которых геометрические элементы можно представить в частном, удобном для решения виде.

Всякие построения и преобразования в пространстве, приводящие к образованию новых проекций, называются преобразованием комплексного чертежа.

Рассмотрим 4 основных задачи на преобразование комплексного чертежа:

**1-я задача:** преобразовать прямую общего положения в прямую уровня (рис. 2);

**2-я задача:** преобразовать прямую уровня в проецирующую прямую.

Прямую общего положения можно преобразовать в проецирующую, решив последовательно 1-ю и 2-ю задачи. Применяется для определения Н.в. отрезка, расстояния между параллельными и скрещивающимися прямыми и др. (рис. 3);

**3-я задача:** преобразовать плоскость общего положения в проецирующую (рис. 4);

**4-я задача:** преобразовать проецирующую плоскость в плоскость уровня (рис. 5).

Плоскость общего положения можно преобразовать в плоскость уровня, решив последовательно 3-ю и 4-ю задачи.

Рассмотрим несколько способов преобразования комплексного чертежа.

### 1. Способ замены плоскостей проекций

Сущность способа состоит в том, что пространственное положение заданных ГО остается неизменным, а в процессе решения задач вводятся новые, дополнительные плоскости проекций так, чтобы на дополнительных проекциях заданные ГО располагались в удобном для решения положении.

Вводимая дополнительная плоскость проекций должна быть перпендикулярна к одной из основных плоскостей проекций и фактически заменяет другую плоскость проекций, и составляет с этой другой новую систему взаимно перпендикулярных плоскостей проекций.

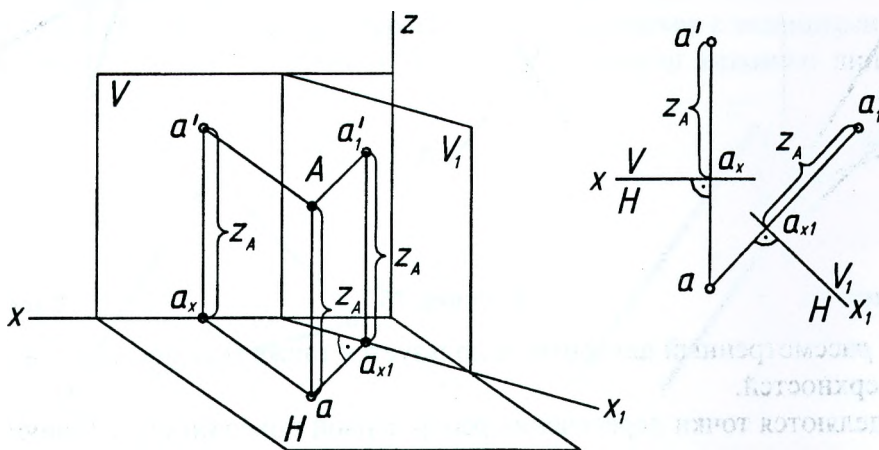


Рисунок 1

Вводим новую плоскость проекций  $V_1$  перпендикулярную  $H$  (рис. 1), которая заменяет плоскость проекций  $V$ . Плоскости  $V_1$  и  $H$  новой системы плоскостей проекций пересекаются по оси  $x_1$ . Повернем плоскость  $V_1$  относительно оси  $x_1$  до совмещения ее с плоскостью  $H$ , получим чертеж новой системы плоскостей проекций. Координата  $Z$  точки  $A$  в новой системе остается неизменной.

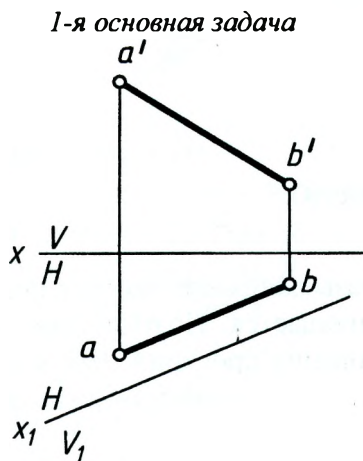


Рисунок 2

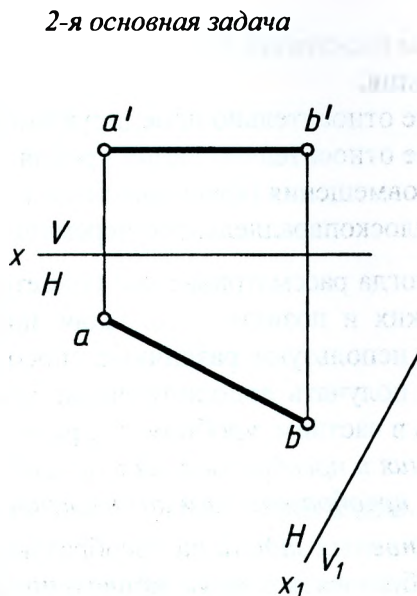


Рисунок 3

При замене плоскости проекций  $V$  на  $V_1$  (рис. 2, 3) ось  $x_1$  проводится параллельно горизонтальной проекции отрезка  $(ab)$ . Если выполнять замену плоскости  $H$  на плоскость  $H_1$ , то новую ось проекций нужно проводить параллельно фронтальной проекции отрезка.

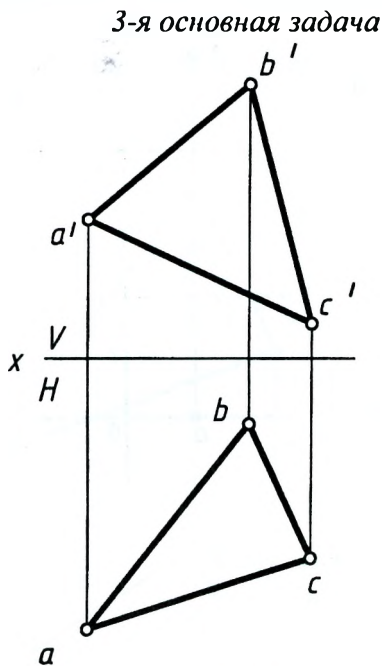


Рисунок 4

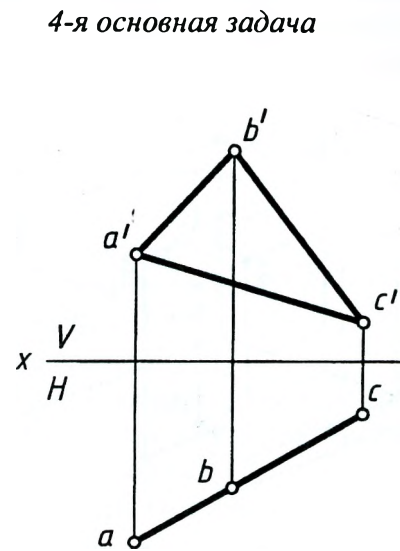


Рисунок 5

Чтобы привести плоскость  $\Delta ABC$  в проецирующее положение (рис. 4), нужно провести в ней линию уровня (в нашем примере – горизонталь  $h(h')$ ). Новую плоскость проекций располагаем перпендикулярно линии уровня, при этом ось новой системы плоскостей проекций будет перпендикулярна натуральной величине линии уровня.

Чтобы преобразовать проецирующую плоскость  $\Delta ABC$  в плоскость (рис. 5) уровня, нужно новую плоскость проекций расположить параллельно заданной плоскости. Ось новой системы плоскостей проекций параллельна вырожденной проекции заданной плоскости.

В приложении 1 решить задачу 1, стр. 48.

## 2. Способ вращения

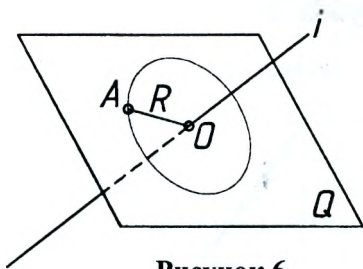


Рисунок 6

*Аппарат вращения* (рис.6):

- $i$  – ось вращения,
- $A$  – объект вращения,
- $Q$  – плоскость вращения ( $Q \perp i$ ),
- $O$  – центр вращения ( $Q \cap i = O$ ),
- $R(AO)$  – радиус вращения.

Точка  $A$ , вращаясь вокруг оси  $i$ , опишет окружность, плоскость которой  $Q$  перпендикулярна оси вращения. Центр окружности  $O$  расположен в точке пересечения оси вращения  $i$  с плоскостью вращения  $Q$ , а радиус  $R$  определится как расстояние от точки  $A$  до оси вращения.

Если ось вращения занимает общее положение относительно плоскостей проекций, то и плоскость вращения тоже занимает общее положение.

Если же ось вращения параллельна какой-либо плоскости проекций, то проекция окружности, которую описывает вращающаяся точка, на эту же плоскость проекций представляет собой прямую линию, перпендикулярную проекции оси вращения. Следовательно, в качестве осей вращения необходимо выбирать прямые частного положения.

### 2.1. Вращение относительно проецирующих осей

Выберем ось вращения, перпендикулярную горизонтальной плоскости проекций ( $H$ ) (рис.7). Окружность, которую описывает точка  $A$ , в этом случае параллельна плоскости проекций  $H$ , по-

этому проецируется на нее без искажения. На плоскость проекций  $V$  окружность проецируется в виде прямой линии, перпендикулярной фронтальной проекции оси вращения.

Аналогичные рассуждения при вращении относительно фронтально проецирующей оси (рис. 8).

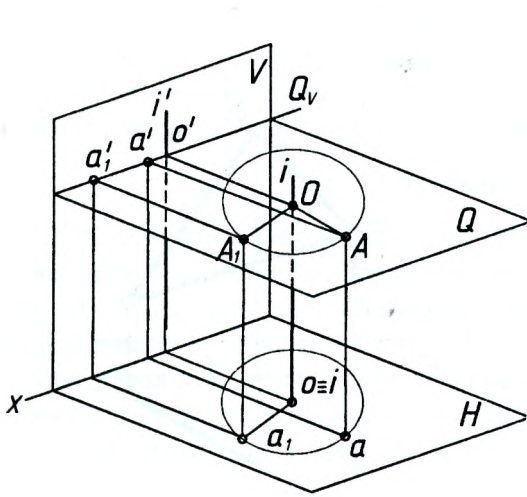


Рисунок 7

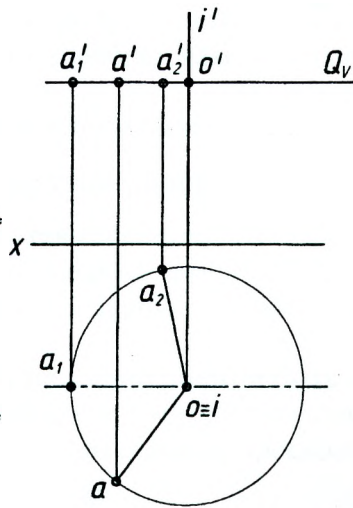
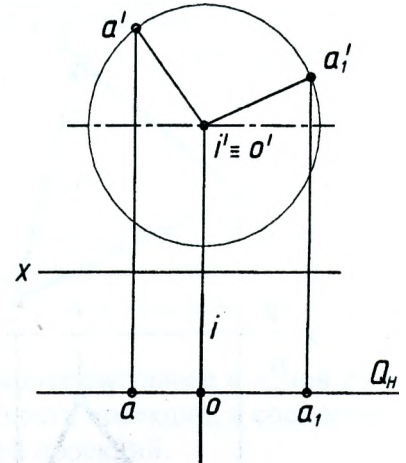


Рисунок 8



1-я основная задача

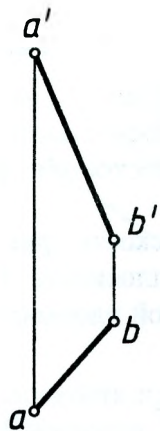


Рисунок 9

2-я основная задача

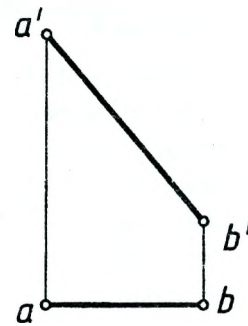


Рисунок 10

3-я основная задача

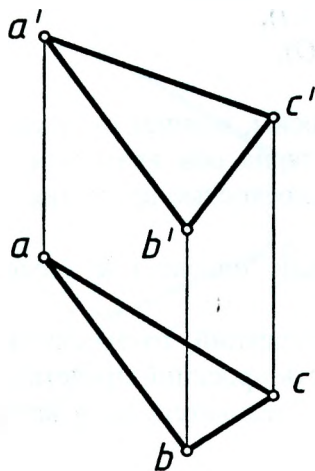


Рисунок 11

4-я основная задача

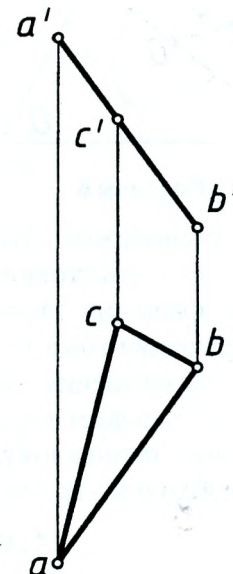


Рисунок 12

В приложении 1 решить задачу 3, стр. 49.

## 2.2. Вращение относительно линий уровня

Определение натуральной величины отсека плоскости можно выполнить менее громоздким способом, т.е. вращением вокруг только одной оси. Если одним поворотом расположить отсек плоскости параллельно горизонтальной плоскости проекций, то за ось вращения следует принять горизонталь отсека, если параллельно фронтальной плоскости проекций, то – фронталь отсека.

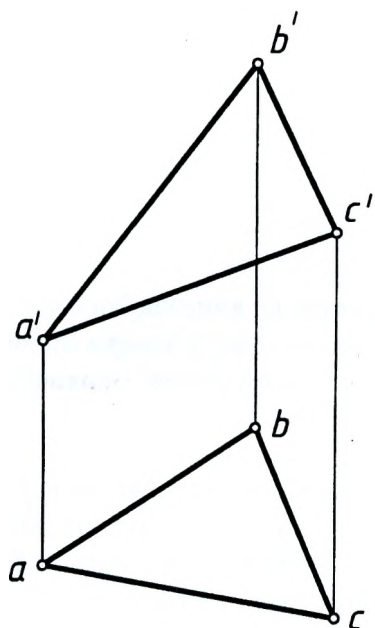


Рисунок 13

**Пример:** определить натуральную величину  $\triangle ABC$  вращением относительно горизонтали (рис. 13).

Последовательность построений:

- 1) Строим ось вращения – горизонталь  $C-1$ .
- 2) Определяем плоскости вращения точек  $A$  и  $B$ .
- 3) Определяем центры вращения  $O$  и  $O_1$ .

Строим проекции радиусов вращения  $AO$  и  $BO_1$ .

4) Определяем натуральную величину радиусов вращения  $R_A$  и  $R_B$  способом прямоугольного треугольника (иногда можно определять величину одного радиуса).

5) Н.в.  $R_A$  откладываем от центра  $O$  в плоскости вращения. То же с  $R_B$ .

6) Соединяем полученные точки  $A$  и  $B$  отрезком прямой, которая должна обязательно проходить через точку 1, принадлежащую оси вращения.

7)  $\triangle ABC$  – Н.в.

Фронтальная проекция треугольника – прямая линия, совпадающая с  $i'$ .

В приложении 1 решить задачу 2, стр. 48.

## 2.3. Способ совмещения

Это способ вращения относительно какого-либо следа плоскости, т.е. линии нулевого уровня.

**Пример:** вращением относительно горизонтального следа плоскость  $P$  совместить с горизонтальной плоскостью проекций (рис. 14).

Последовательность построений:

1. Обозначаем ось вращения;
2. Выбираем точку  $A$  на фронтальном следе плоскости;
3. Определяем плоскость вращения точки  $A$ .
4. Определяем проекции центра вращения и радиуса вращения;
5. Определяем н.в. радиуса вращения и откладываем ее в плоскости вращения. Получаем совмещенное положение точки  $A - a'_c$ .
6. Совмещенный фронтальный след пройдет через точки  $P_x$  и  $a'_c$ .

**Примечание:** При решении задач используется более короткий путь построений.

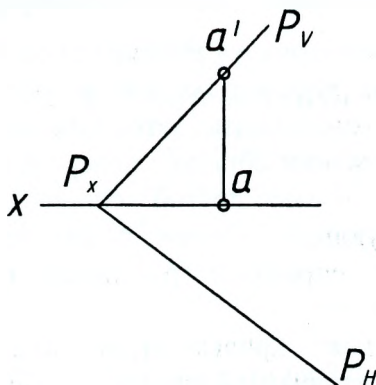


Рисунок 14

## 2.4. Способ плоскопараллельного перемещения

Суть способа заключается в том, что плоскости проекций остаются на месте, а объект перемещается таким образом, чтобы все его точки перемещались в плоскостях, параллельных между собой и плоскости проекций.

**Пример:** определить натуральную величину  $\triangle ABC$  (преобразовать плоскость общего положения в плоскость уровня) (рис. 15).

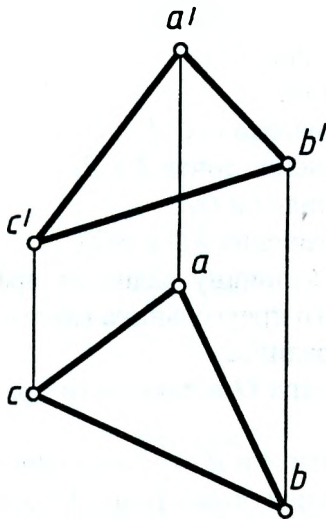


Рисунок 15

1. В плоскости  $\triangle ABC$  проводим горизонталь  $h(h, h')$ .
2. Перемещаем  $\triangle ABC$  во фронтально-проецирующее положение  $h \perp$  оси  $x$ .  $\triangle ABC$  проецируется в прямую линию  $a_1' b_1' c_1'$ .
3. Располагаем фронтальную проекцию  $a_2' b_2' c_2'$  параллельно оси  $x$  и определяем н.в.  $\triangle a_2 b_2 c_2$ . В приложении 1 решить задачу 4, стр. 49.

## Лекция 5. ПОВЕРХНОСТИ

### План лекции

1. Образование и задание поверхностей.
2. Очерк поверхности.
3. Классификация поверхностей.
4. Поверхности вращения.
5. Развертываемые поверхности.
6. Винтовые поверхности.
7. Поверхности с плоскостью параллелизма.
8. Поверхности параллельного переноса, второго порядка и каркасные.

### 1. Образование и задание поверхностей

В начертательной геометрии поверхность рассматривается как непрерывное множество последовательных положений линии, перемещающейся в пространстве по определенному закону. Такой способ образования поверхности называется *кинематическим*.

Линию  $l$ , которая при своем движении образует поверхность, называют *образующей*. Образующая может перемещаться по какой-либо другой неподвижной линии  $m$ , называемой *направляющей* (рис. 1). Поскольку образующая и направляющая могут иметь самую различную форму, то и поверхностей может быть образовано различное множество (образующая и направляющая – взаимозаменяемы).

Если образующая и направляющая – кривые линии, поверхность называется кривой. Если образующая или направляющая будет ломаной линией, то образованная поверхность называется ребристой. Если поверхность состоит из отрезков плоскостей, она называется гранной.

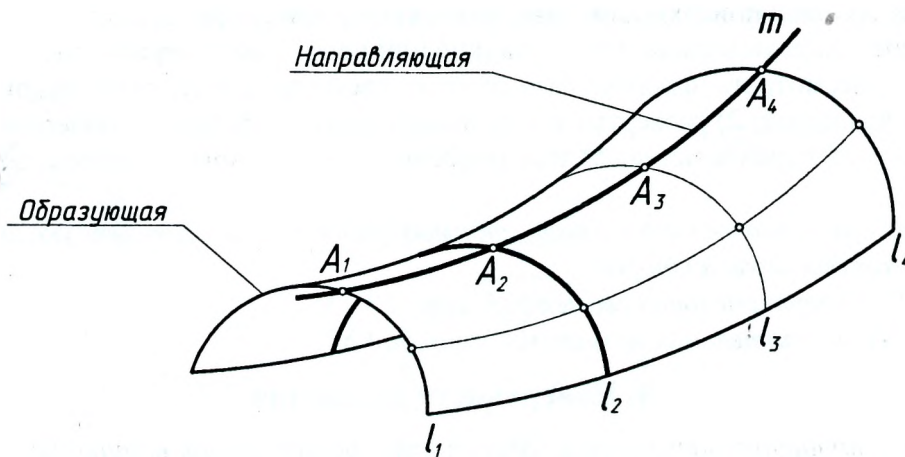


Рисунок 1

Для изображения на чертеже выделяют некоторое количество линий, которые образуют **линейный каркас** поверхности.

**Правило:** точка принадлежит поверхности, если она лежит на линии этой поверхности.

## 2. Очерк поверхности

Для наглядности изображения на чертеже обычно строят очерк поверхности, т. е. проекцию линии контура поверхности (рис. 2).

**Контуром** или **контуром видимости** поверхности называется линия, точки которой являются точками касания проецирующих прямых (лучей). Проекция контура на плоскости проекций называется **очерком** поверхности или линией видимости.

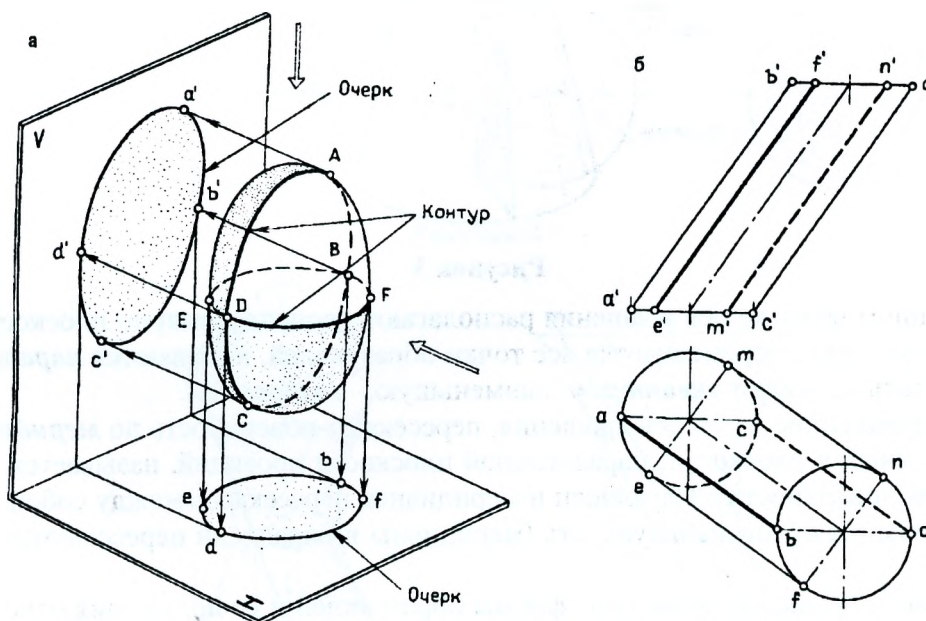


Рисунок 2

## 3. Классификация поверхностей

Из большого числа возможных способов образования поверхностей рассмотрим основные способы, выделив главные признаки их классификации.

1. По закону движения образующей – поверхности с поступательным движением образующей, с вращательным и винтовым движением образующей.

2. По виду образующей различают поверхности с прямолинейной образующей – линейчатые и поверхности с криволинейной образующей – нелинейчатые.

3. По закону изменения формы образующей – образующей постоянного или переменного вида.

4. По признаку разворачивания поверхности на плоскость – разворачиваемые и неразворачиваемые.

5. По способу задания поверхности – аналитическому или графическому.

6. По дифференциальным свойствам – гладкие или негладкие поверхности.

Необходимо рассмотреть формообразование и свойства следующих видов поверхностей: 1) поверхности вращения; 2) развертываемые поверхности; 3) винтовые поверхности; 4) поверхности с плоскостью параллелизма; 5) поверхности параллельного переноса; 6) каркасные поверхности.

**Примечание:** самостоятельно изучить формообразование и чертежи указанных поверхностей по учебникам для архитекторов:

Климухин А.Г. Начертательная геометрия, стр. 57-75;

Короев Ю.И. Начертательная геометрия, стр. 66 - 82.

#### 4. Поверхности вращения

Поверхностью вращения называется поверхность, образованная вращением образующей вокруг неподвижной прямой – оси вращения (рис. 3).

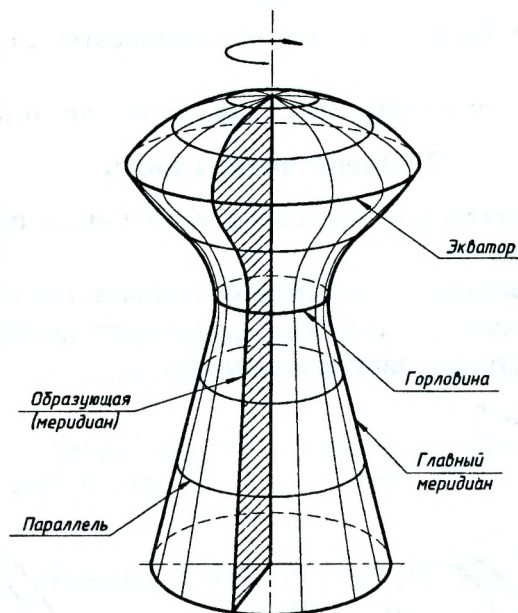


Рисунок 3

На проекционном чертеже ось вращения располагают перпендикулярно плоскости проекций. Окружности, по которым перемещаются все точки образующей, называются *параллелями*; наибольшую параллель называют *экватором*, наименьшую – *горловиной*.

Плоскости, проходящие через ось вращения, пересекают поверхность по *меридианам*. Меридиан, расположенный в плоскости, параллельной плоскости проекций, называется *главным меридианом* (очерк поверхности). Параллели и меридианы, пересекаясь между собой, образуют на поверхности вращения ортогональную сеть (меридианы и параллели пересекаются под прямым углом).

Вид поверхности вращения зависит от формы образующей и ее положения относительно оси вращения.

Рассмотрим поверхности вращения, образованные вращением кривой линии.

**Сфера** – образована вращением окружности вокруг диаметра.

**Эллипсоид вращения** (вытянутый или сжатый) получается в результате растяжения или сжатия сферы вдоль одного из диаметров. Меридианом является эллипс (рис. 4, а) (см. Короев Ю.И. рис. 90, а).

**Тор** – образуется вращением окружности вокруг оси, не проходящей через ее центр (открытый – кольцо, закрытый и самопересекающийся) (рис. 4, б) (см. Короев Ю.И. рис. 90, б).

**Параболоид вращения.** Меридианом поверхности является парабола, ось которой служит осью поверхности (рис. 4, в) (см. Короев Ю.И. рис. 90, в).

**Гиперболоид вращения.** Меридианом поверхности является гипербола. Если ось вращения совпадает с действительной осью гиперболы, образуется *двулоостный* (рис. 4, г) (см. Короев



Ю.И. рис. 90, г) гиперboloид вращения; если осью вращения является мнимая ось, то – *однополостный* (рис. 4, д) (см. Короев Ю.И. рис. 90, д).

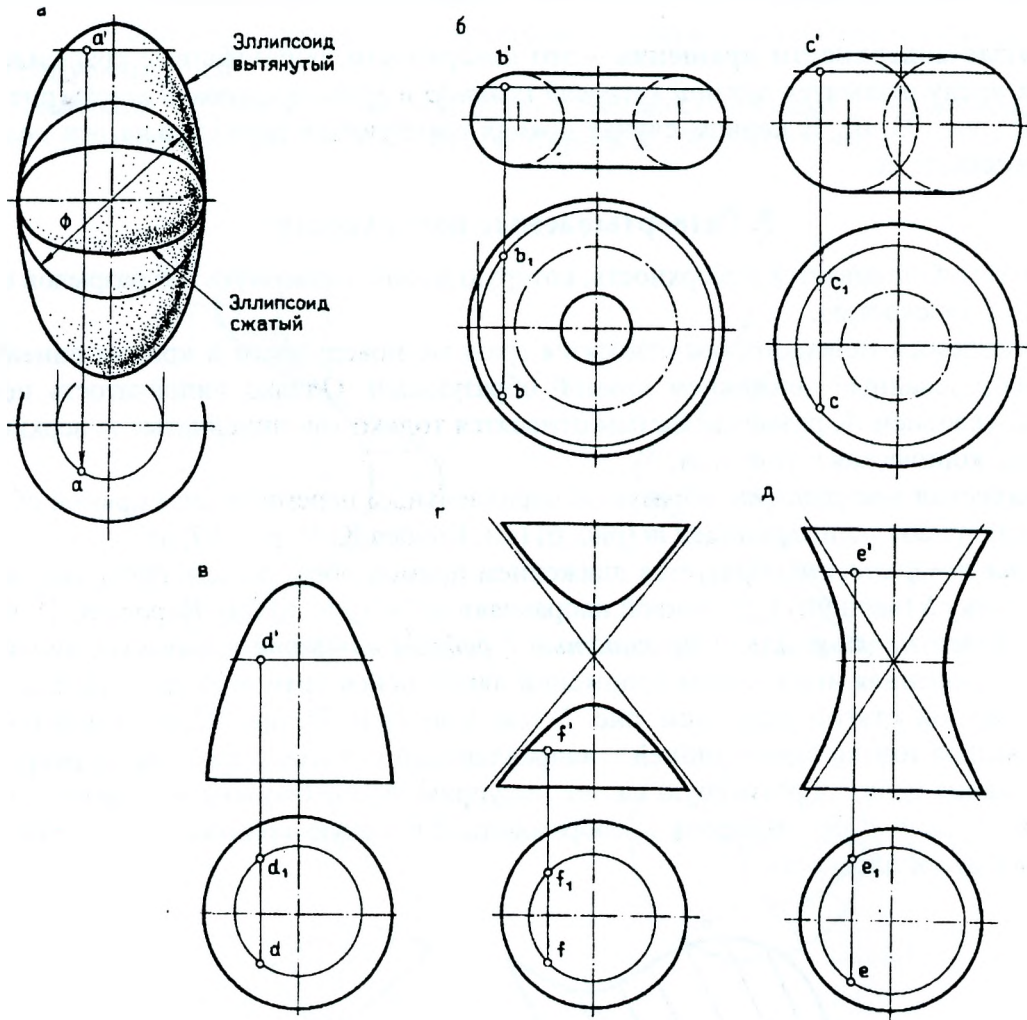


Рисунок 4

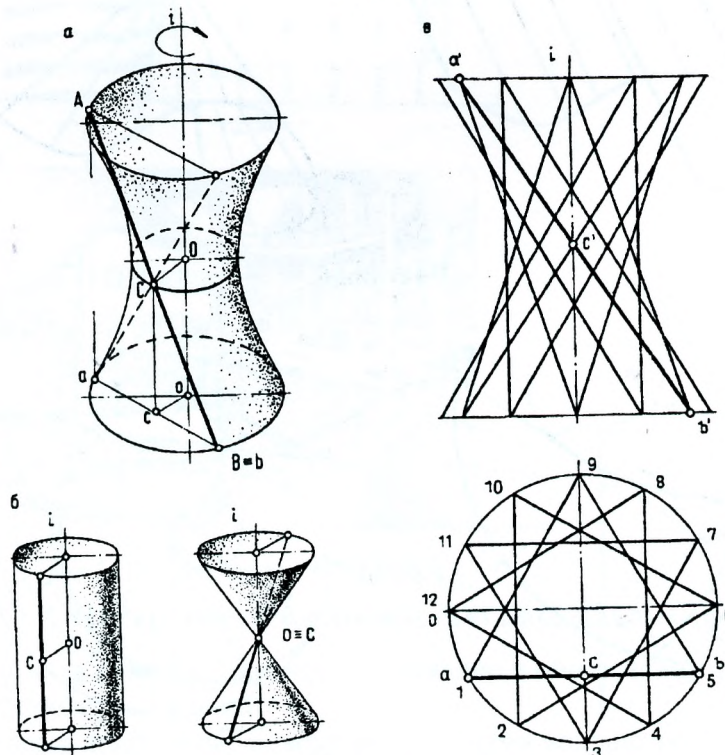


Рисунок 5

Однополостный гиперboloид вращения может быть образован также вращением прямой линии, которая скрещивается с неподвижной осью вращения (рис. 5, а, в) (см. Короев Ю.И. рис. 93, а, в).

Линейчатые поверхности вращения – это поверхности, образованные вращением прямой линии. К их числу относятся *прямой круговой цилиндр* и *прямой круговой конус* (рис. 5, б) (см. Короев Ю.И. рис. 93, б). В первом случае прямая образующая параллельна оси вращения, во втором – пересекает ее.

### 5. Развертываемые поверхности

Развертываемой называется поверхность, которую можно развернуть без разрывов и складок и совместить с плоскостью.

К развертываемым поверхностям относятся гранные поверхности и кривые линейчатые поверхности, образованные движением прямой образующей. Однако линейчатость не является достаточным условием. К развертываемым относятся только три линейчатые поверхности – цилиндрическая, коническая и торсовая.

**Цилиндрическая поверхность** образуется параллельным перемещением прямой образующей  $l$  по некоторой кривой направляющей  $m$  (рис. 6) (см. Короев Ю.И. рис. 97, а).

**Коническая поверхность** образуется движением прямой образующей, проходящей через неподвижную точку  $S$  (вершину), по кривой направляющей  $m$  (рис. 6) (см. Короев Ю.И. рис. 97, а).

**Торсовой поверхностью или поверхностью с ребром возврата** называется линейчатая поверхность, образованная множеством положений движущейся прямой образующей, касательной к пространственной кривой линии (см. рис. 7) (см. Короев Ю.И. рис. 97, б). Такая поверхность может быть задана только одной линией – направляющей  $n$ , которая называется **ребром возврата**. Точка касания делит образующую на две полупрямые, а ребро возврата делит поверхность на две полости. Если ребро возврата преобразовать в плоскую кривую, то поверхность тора вырождается в отсек плоскости.

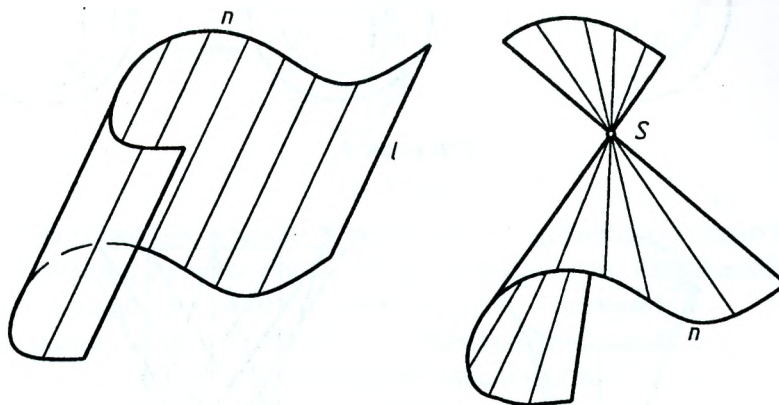


Рисунок 6

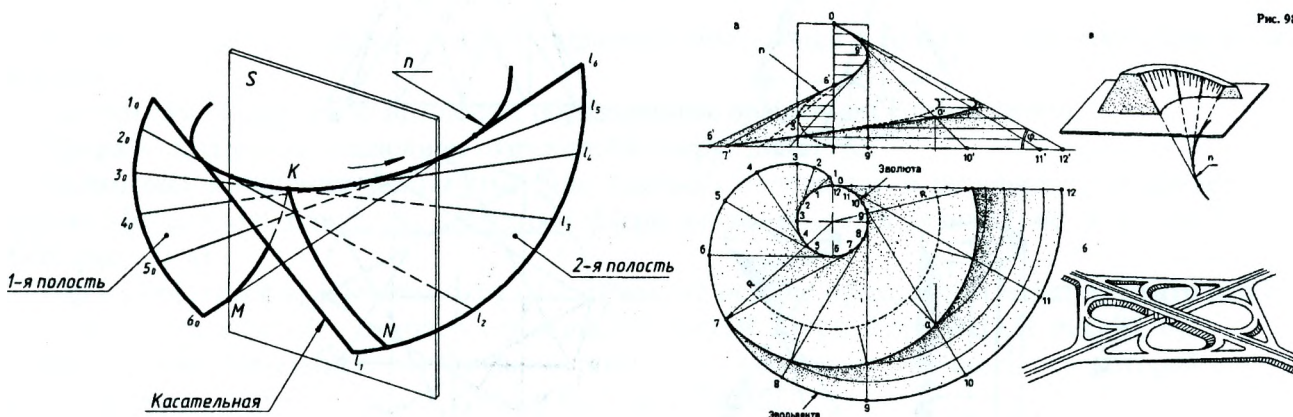


Рисунок 7

## 6. Винтовые поверхности

**Винтовая поверхность** образуется винтовым движением образующей линии. Это совокупность двух движений образующей – поступательного перемещения вдоль оси поверхности и вращательного вокруг оси.

Если образующая – прямая линия, винтовую поверхность называют **геликоидом** (прямой и наклонный, закрытый и открытый) (рис. 8) (см. Короев Ю. И. рис. 95, 96).

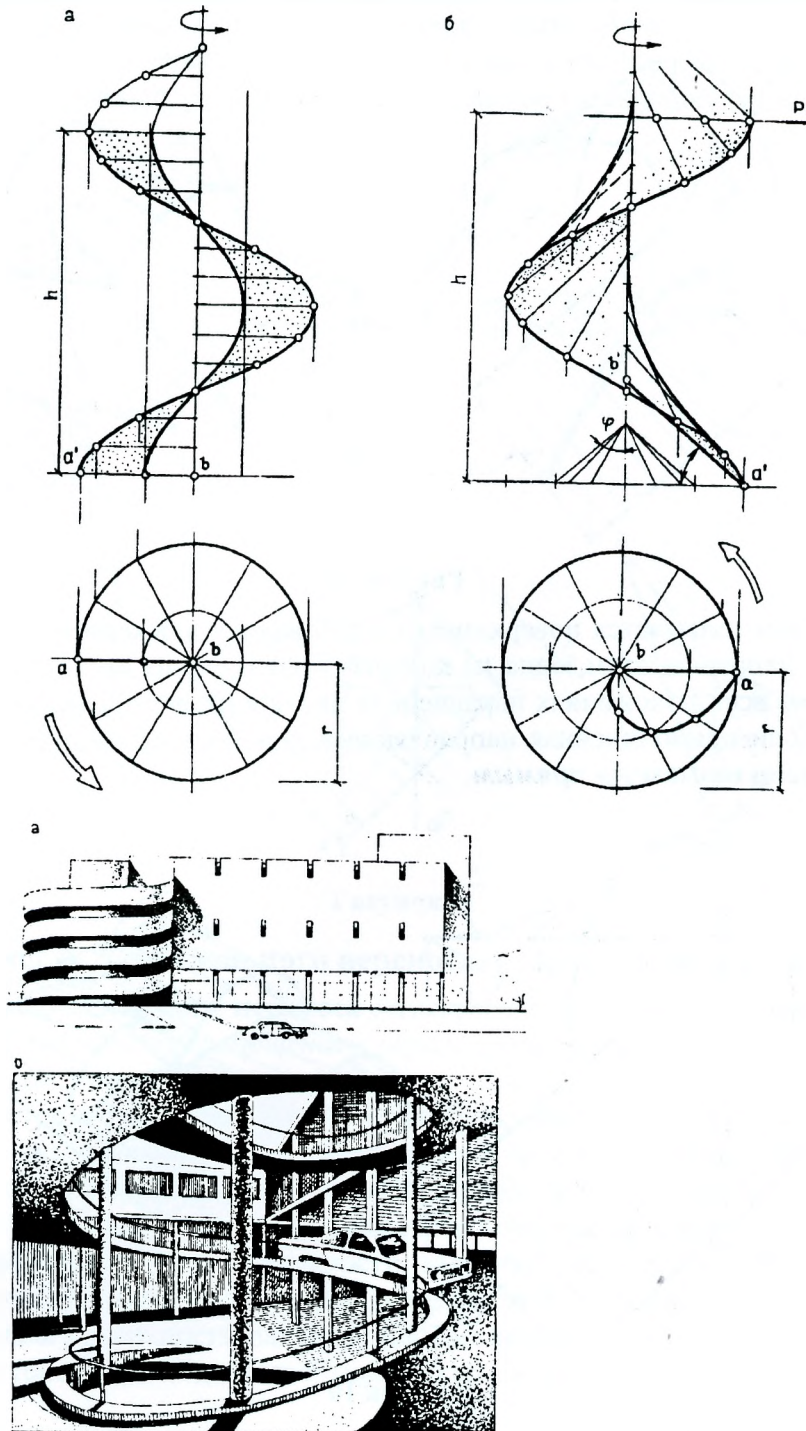


Рисунок 8

## 7. Поверхности с плоскостью параллелизма

Поверхности этого вида находят широкое применение в образовании поверхностей-оболочек для покрытий большепролетных зданий.

Рассмотрим некоторые линейчатые поверхности с двумя направляющими  $m$  и  $n$ , образующие  $l$  которых параллельны плоскости  $P$ , называемой **направляющей плоскостью** или **плоскостью**

**параллелизма** (Короев Ю. И. рис. 99 – 101). В зависимости от формы направляющих образуются три частных вида поверхности.

**Цилиндроид.** Цилиндроидом называется поверхность, образованная движением прямолинейной образующей  $l$  по двум направляющим кривым линиям  $m$  и  $n$ , при этом образующая во всех положениях параллельна плоскости параллелизма  $P$  (рис. 9) (Короев Ю. И. рис. 100). Направляющие могут быть как плоскими, так и пространственными кривыми. На проекционном чертеже цилиндроид задают проекциями направляющих и положение плоскости параллелизма.

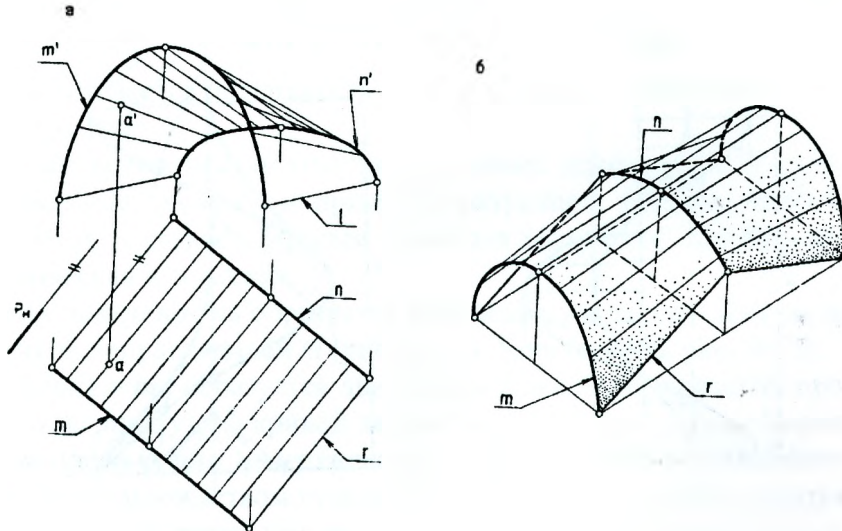


Рисунок 9

**Коноид.** Коноидом называется поверхность, образованная движением прямолинейной образующей  $l$  по двум направляющим, одна из которых кривая линия  $m$ , а другая – прямая  $n$ , при этом образующая во всех положениях параллельна плоскости параллелизма  $P$  (рис. 10) (Короев Ю. И. рис. 101). Если прямолинейная направляющая коноида перпендикулярна плоскости параллелизма, то коноид называется **прямым**.

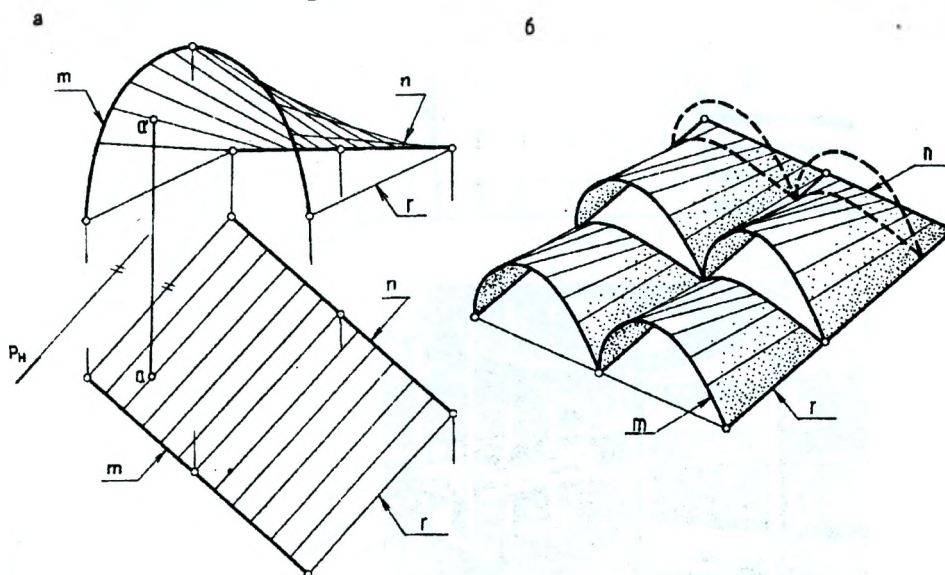


Рисунок 10

**Гиперболический параболоид.** Гиперболическим параболоидом или *косой плоскостью* называется поверхность, образованная движением прямолинейной образующей  $l$ , параллельной плоскости параллелизма  $P$ , по двум направляющим линиям – скрещивающимся прямым  $m$  и  $n$  (рис. 11) (Короев Ю. И. рис. 102). Эта поверхность **дважды линейчатая**, так как содержит два семейства прямолинейных образующих.

Если принять за направляющие прямые  $AB$  и  $CD$ , а за плоскость параллелизма – горизонтально проецирующую плоскость  $S$ , мы получим *первое семейство* образующих  $BC...AD$ , параллельных плоскости параллелизма  $S$  и пересекающих направляющие прямые.

Если принять за направляющие прямые крайние образующие первого семейства  $BC$  и  $AD$ , которые тоже являются скрещивающимися прямыми, и другую плоскость параллелизма  $T$ , получим второе семейство образующих  $AB...CD$ .

Образующие одного семейства – скрещивающиеся прямые. Каждая образующая одного семейства пересекает все образующие второго семейства. Криволинейные очерки поверхности на фронтальной и профильной проекциях представляют собой параболы. Через контурные линии этих очерков на горизонтальной проекции проходят плоскости симметрии  $bd$  и  $ac$ .

Поверхность гиперболического параболоида может быть образована и другим способом, как поверхность параллельного переноса, когда одна парабола перемещается параллельно самой себе по направляющей параболе, расположенной во взаимно перпендикулярной плоскости.

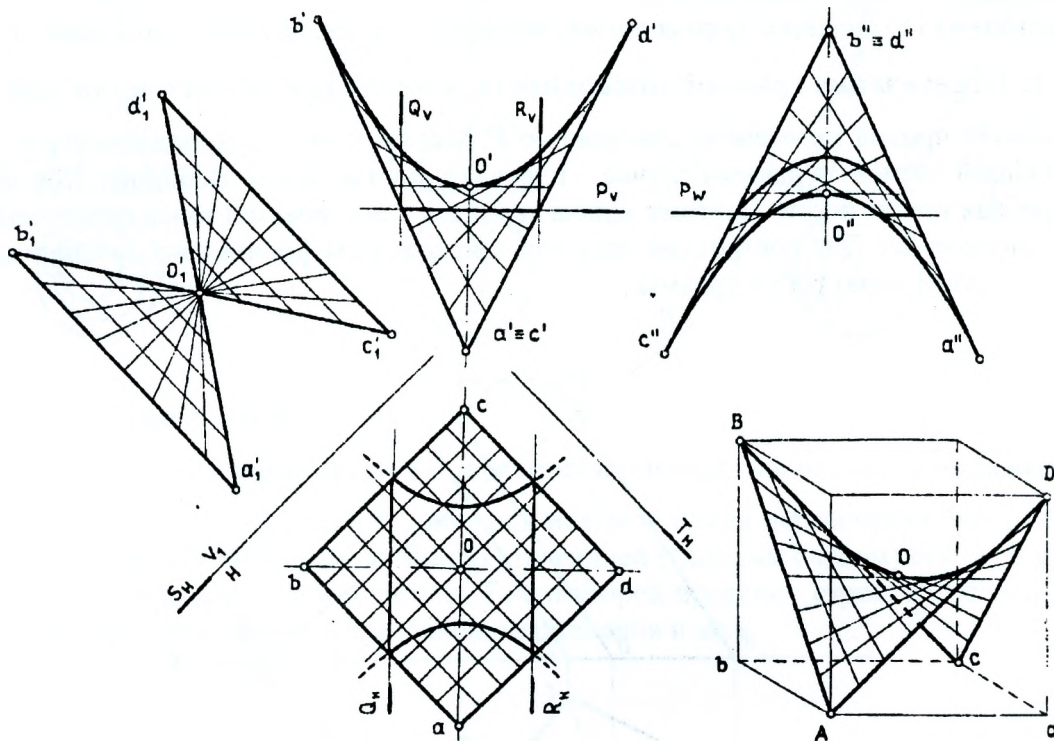


Рисунок 11

## 8. Поверхности параллельного переноса, второго порядка и каркасные

Поверхностью параллельного переноса называется поверхность, образованная поступательным плоскопараллельным перемещением образующей плоской кривой линии по криволинейной направляющей (см. Короев Ю.И. рис. 105).

Поверхностью второго порядка общего вида называют поверхность, которую можно выразить алгебраическим уравнением второй степени в пространственной системе координат. Сечением поверхности второго порядка является кривая второго порядка, видимый контур и очерк поверхности так же являются кривыми второго порядка (см. Короев Ю.И. рис. 106).

Каркасные поверхности – это поверхности, заданные графически семейством линий, принадлежащих поверхности (линейный каркас поверхности). Примером каркасной поверхности может служить земная поверхность, заданная дискретным каркасом линий уровня – горизонталями и называемая топографической поверхностью (см. Короев Ю.И. рис. 107).

## Лекция 6. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ ПЛОСКОСТЬЮ

### План лекции

1. Пересечение гранной поверхности плоскостью общего положения.
2. Пересечение кривой поверхности плоскостью.
  - 2.1. Пересечение кривой поверхности плоскостью частного положения.
  - 2.2. Пересечение кривой поверхности плоскостью общего положения.

В лекции 3 был изучен общий алгоритм решения задачи по построению общего элемента двух пересекающихся геометрических образов. Рассмотрены задачи по определению линии пересечения двух плоскостей и определению точки пересечения прямой с плоскостью. Рассмотрено определение общего элемента, если один из заданных ГО занимает частное положение, в том числе и пересечение гранной поверхности плоскостью частного положения.

Повторим **алгоритм решения**:

- а) данные ГО пересекаются посредниками;
- б) строятся линии их пересечения с каждым ГО в отдельности;
- в) точки пересечения полученных линий будут принадлежать искомой линии пересечения данных образов.

Если одним из ГО является прямая линия, то посредник всегда проводится через эту прямую.

### 1. Пересечение гранной поверхности плоскостью общего положения

Треугольная призма пересечена плоскостью  $P$  общего положения, заданной следами  $P_H, P_V$  (рис. 1). Общий элемент в данном случае – плоская ломаная линия. Вершины этой линии находятся на ребрах поверхности. Поэтому задача сводится к построению точек пересечения прямых (ребер) с плоскостью. Для построения этих точек используем фронтально проецирующие плоскости, проходящие через ребра призмы.

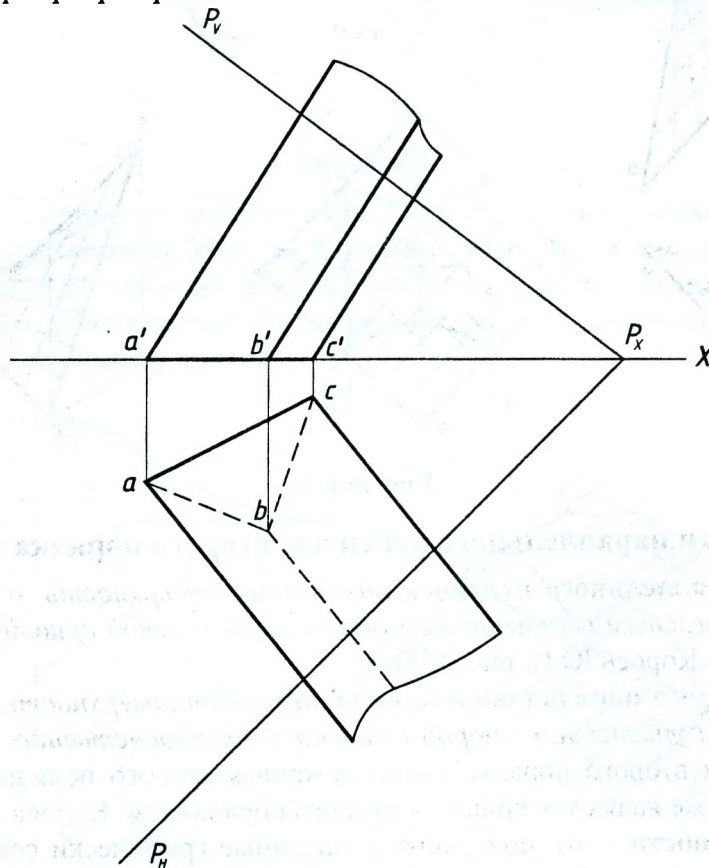


Рисунок 1

Например, плоскость-посредник  $Q$ , проходящая через ребро  $A(a, a')$ , пересекает плоскость  $P$  по линии  $MN(mn, m'n')$ . Горизонтальная проекция  $mn \cap a = 1$ . По линии проекционной связи определяем фронтальную проекцию точки 1. Аналогично определяются точки пересечения других ребер.

### 2. Пересечение кривой поверхности плоскостью

Линия пересечения кривой поверхности секущей плоскостью в общем случае – *плоская кривая линия (сечение)*. Способ построения линии пересечения кривой поверхности плоскостью основан на отыскании точек пересечения образующих кривой поверхности с секущей плоскостью или любых других линий поверхности (параллелей, меридианов) – с секущей плоскостью. Пре-

где всего находятся *опорные точки*. К ним относятся: *очерковые* или *точки видимости*, *высшая* и *низшая*, *передняя* и *задняя* и др. Остальные точки линии пересечения называются *промежуточными*. Найденные точки пересечения соединяются плавной кривой.

Прежде чем перейти к построению линии пересечения поверхности вращения плоскостью, рассмотрим условия получения конических сечений.

**Конические сечения.** При пересечении конуса вращения плоскостью могут образоваться: пересекающиеся прямые, окружность, эллипс, парабола и гипербола. Характер и форма сечения зависят от положения секущей плоскости.

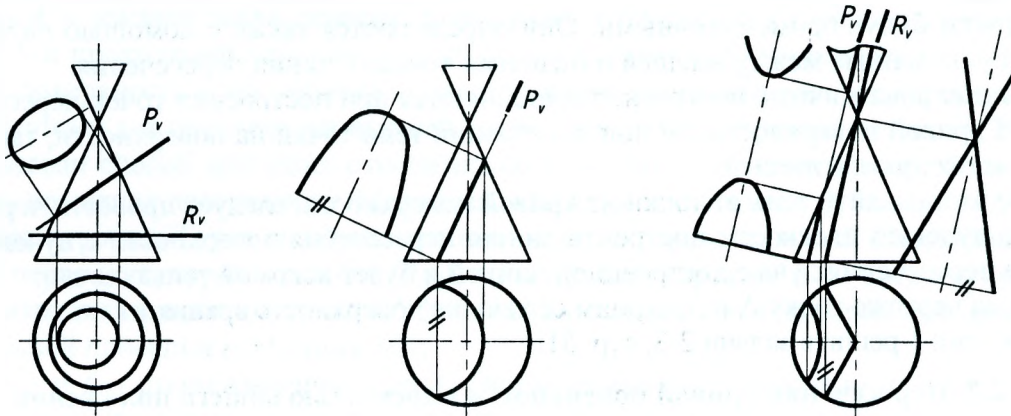


Рисунок 2

В приложении 1 решить задачу 1, стр. 50.

### 2.1. Пересечение кривой поверхности плоскостью частного положения

Как уже было сказано ранее, одна из проекций искомой линии пересечения будет совпадать с одноименной, вырожденной в прямую линию, проекцией (главным следом) секущей плоскости, и будет находиться в пределах поверхности. Точки второй проекции строятся с использованием линий поверхности (образующих, параллелей, меридианов и др.)

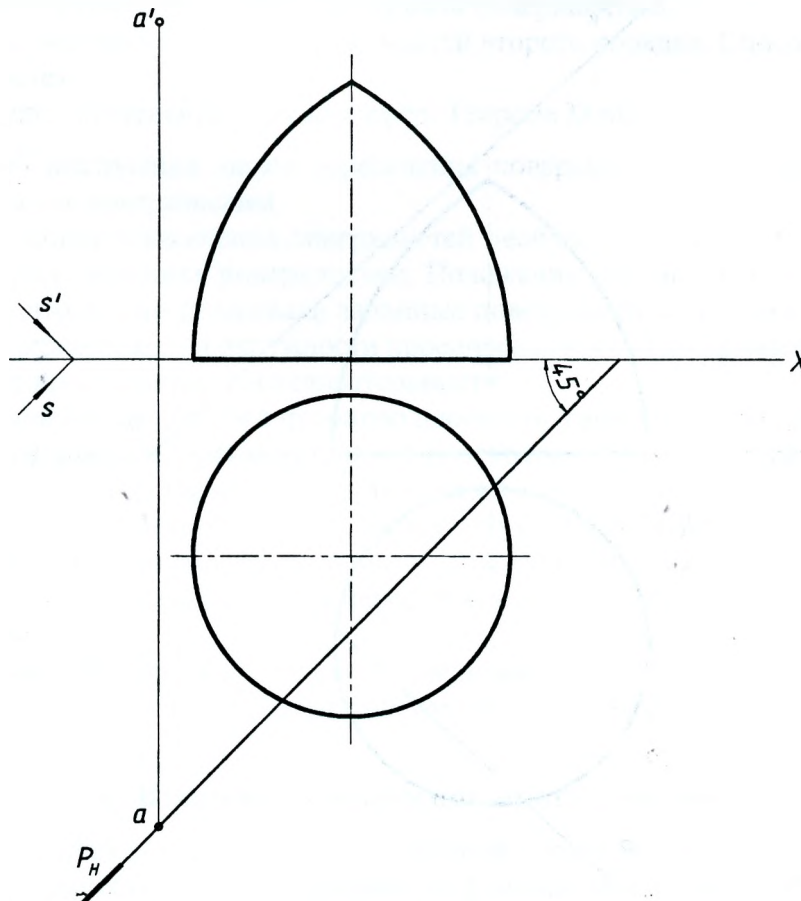


Рисунок 3

**Пример:** построить недостающую проекцию линии пересечения поверхности вращения (самопересекающегося тора) горизонтально проецирующей плоскостью  $P_H$ .

Построение недостающей проекции линии пересечения поверхности плоскостью  $P(P_H)$  начинаем с характерных точек:

- а) 1 и 2 – на основании поверхности;
- б) 3 – на фронтальном очерке (точки видимости);
- в) 4 – высшая точка линии пересечения. Она находится на перпендикуляре, проведенном к следу секущей плоскости. Для построения ее фронтальной проекции на поверхности вращения проведена параллель  $p(p')$ .

Другие точки будут промежуточными. Они определяются также с помощью параллелей поверхности, проведенных между высшей и низшими точками линии пересечения.

**Примечание:** аналогичные построения выполняются при построении точек пересечения прямой линии с кривой поверхностью и при построении тени точки на поверхности, так как световой луч является прямой линией.

**Правило:** чтобы найти тень от точки на кривой поверхности, следует провести через луч проецирующую лучевую плоскость, построить линию пересечения поверхности с лучевой плоскостью. Точка пересечения луча с построенной линией и будет искомой тенью точки.

Добавим на чертеже точку А и построим ее тень на поверхность вращения.

В приложении 1 решить задачи 2-3, стр. 51.

## 2.2. Пересечение кривой поверхности плоскостью общего положения

Чтобы построить линию пересечения *линейчатой поверхности вращения* плоскостью, необходимо определить точки пересечения отдельных образующих этой поверхности плоскостью. Таким образом, задача на определение линии пересечения линейчатой поверхности плоскостью сводится к многократному решению задачи на пересечения прямой с плоскостью

Для построения точек линии пересечения *нелинейчатой* кривой поверхности плоскостью применяют основной способ – *способ вспомогательных секущих плоскостей*. Вспомогательные секущие плоскости проводят так, чтобы поверхность пересекалась по графически простым линиям и их проекции тоже были графически простыми.

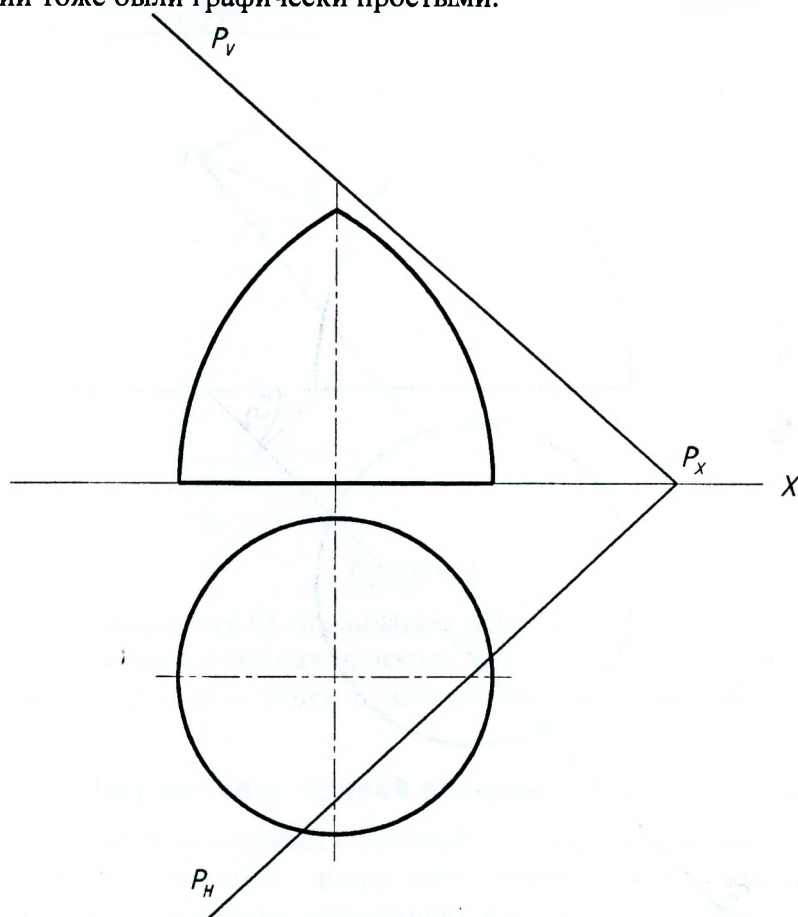


Рисунок 4



**Пример:** построить проекции линии пересечения самопересекающегося тора плоскостью  $P$  общего положения.

Определяем вначале характерные точки линии пересечения:

а) 1 и 2 – на основании поверхности;

б) точка 3 – на фронтальной левой образующей (главном меридиане). Определена с помощью плоскости  $R$  ( $R_H$ ) фронтального уровня, которая пересекает поверхность по главному меридиану, а заданную плоскость по фронтали. Кроме того, в результате выполненных построений определилась точка  $K(k, k')$  пересечения оси поверхности с плоскостью  $P$ ;

в) точка 4 – высшая точка сечения. Она лежит в плоскости  $Q$ , перпендикулярной данной плоскости  $P$  и проходящей через ось поверхности. Плоскость  $Q$  пересекает плоскость  $P$  по линии  $MN$ , а поверхность – по меридиану, фронтальную проекцию которого графически сложно строить. Поэтому для определения высшей точки 4 нужно преобразовать чертеж. В нашем случае использован способ вращения относительно горизонтально проецирующей оси, совпадающей с осью вращения поверхности. Меридиан, лежащий в плоскости  $Q$ , повернут до положения фронтального уровня. Точка  $m$  займет положение  $m_1$ , и горизонтальный след заданной плоскости станет перпендикулярным оси  $OX$  ( $P_{H1}$ ), а  $P_{V1}$  пройдет через  $m_1'$  и  $k'$ . След  $P_{V1}$  пересекает повернутый меридиан в искомой точке  $4_1'$ , фронтальную проекцию  $4'$  которой находим вращением на фронтальной проекции  $m'n'$  линии  $MN$ ;

г) точки 5 и 6 – промежуточные точки. Они определены с помощью плоскости  $T$  горизонтального уровня, которая пересекает поверхность вращения по параллели, а плоскость  $P$  – по горизонтали.

В приложении 1 решить задачи 4-5, стр. 52.

## Лекция 7. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ

### План лекции

1. Взаимное пересечение многогранников.
2. Взаимное пересечение многогранника с кривой поверхностью.
3. Взаимное пересечение кривых поверхностей второго порядка. Способ вспомогательных секущих плоскостей.
  - 3.1. Способ вспомогательных секущих сфер. Теорема Монжа.

Основной способ построения линии пересечения поверхностей – *способ вспомогательных секущих плоскостей или поверхностей*.

Для построения линии пересечения поверхностей необходимо построить ряд точек, принадлежащих обеим пересекающимся поверхностям. Положение вспомогательных секущих плоскостей выбирают так, чтобы они пересекали заданные поверхности по графически простым линиям – прямым или окружностям – и окружности проецировались в виде прямых или окружностей.

Построения выполняют в такой последовательности:

- 1) проводят вспомогательную проецирующую плоскость, пересекающую данные поверхности;
- 2) строят линии пересечения вспомогательной плоскости с заданными поверхностями;
- 3) определяют точки пересечения полученных линий.

Эти точки принадлежат искомой линии пересечения. Проведя несколько вспомогательных секущих плоскостей, получим ряд точек линии пересечения. Их нужно соединить в определенной последовательности. Проекция линии пересечения должны располагаться в пределах очертков обеих поверхностей.

Построение линии пересечения поверхностей начинают с определения характерных ее точек – *экстремальных* (высшей и низшей) и *точек видимости*, отделяющих видимую часть линии пересечения от невидимой.

### 1. Взаимное пересечение многогранников

Многогранники пересекаются по пространственной ломаной линии, точки излома которой лежат на ребрах поверхностей. Для построения этой линии необходимо найти точки пересечения ребер первой поверхности с гранями второй и ребер второй поверхности – с гранями пер-

вой. Затем соединить полученные точки в определенной последовательности, т.е. попарно соединяют те из найденных точек, которые принадлежат двум общим граням.

Из сказанного выше можно сделать вывод, что построение линии пересечения двух многогранников требует многократного решения задачи о пересечении прямой с плоскостью.

## 2. Взаимное пересечение многогранника с кривой поверхностью

Такие поверхности пересекаются по пространственной ломаной линии, состоящей из участков плоских кривых и точек излома, расположенных на ребрах гранной поверхности.

**Пример:** построить пересечение трехгранной призмы с конусом вращения (рис. 1). Три боковые грани призмы являются горизонтально проецирующими плоскостями, следовательно, построение линии пересечения сводится к решению ранее рассмотренной задачи на пересечение поверхности проецирующей плоскостью и прямой линией. Линия пересечения данных поверхностей представляет собой ломаную линию, состоящую из трех плоских кривых.

Т. к. боковая поверхность призмы фронтально проецирующая, следовательно, фронтальная проекция линии пересечения известна (совпадает с основанием призмы). Необходимо построить горизонтальную проекцию.

Для построения точек излома кривых (точки на ребрах призмы) используем вспомогательные плоскости-посредники горизонтального уровня. Рассмотрим на примере построения точки  $l$  на ребре  $A$ .

Через фронтальную проекцию ребра  $l$  ( $l'$ ) проводим плоскость  $R_{\nu}$ . Она пересечет конус по окружности  $m$  ( $m, m'$ ). Построим горизонтальную проекцию окружности  $m$ , которая в результате пересечения с горизонтальной проекцией ребра  $l$  определит горизонтальную проекцию его точек пересечения с поверхностью конуса.  $m \cap l = a, b$ . Аналогично определяются точки на ребрах 2 и 3 и промежуточные точки линии пересечения.

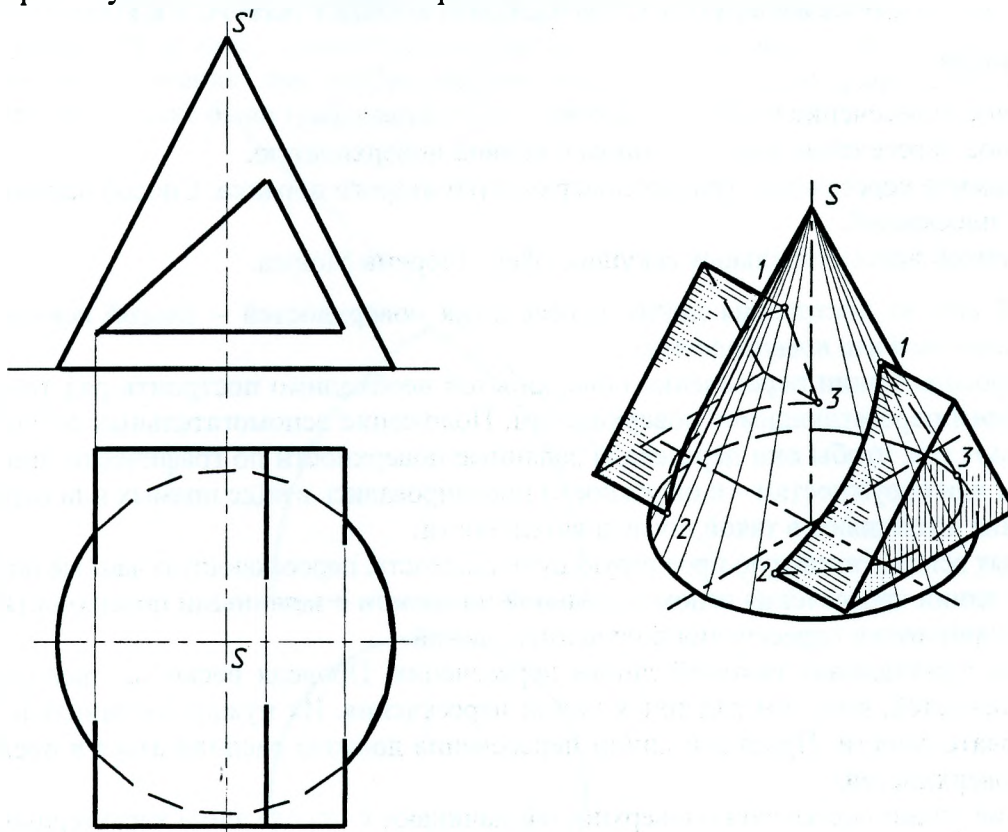


Рисунок 1

В приложении 1 решить задачу 1, стр. 53.

## 3. Взаимное пересечение кривых поверхностей

Кривые поверхности пересекаются по пространственной кривой. Основной способ построения этой кривой – способ вспомогательных секущих поверхностей (плоскостей).

Для определения линии пересечения поверхностей необходимо построить ряд точек, принадлежащих обеим пересекающимся поверхностям. Положение вспомогательных плоскостей выбирают так, чтобы они пересекали заданные поверхности по графически простым линиям.

### 3.1. Способ вспомогательных секущих плоскостей

**1-ый случай:** одна из поверхностей является проецирующей.

Следовательно, одна из проекций линии пересечения известна. Она совпадает с вырожденной проекцией проецирующей поверхности.

**Пример:** построить линию пересечения сферы и цилиндра, боковая поверхность которого горизонтально проецирующая, следовательно, горизонтальная проекция линии пересечения известна (рис. 2, а).

Проведем несколько вспомогательных плоскостей фронтального уровня, которые пересекут цилиндр по образующим, а сферу по окружностям, параллельным фронтальной плоскости проекций.

Характерные точки:

- 1 – точка касания горизонтальных очерков;
- 2 и 3 – точки на фронтальном очерке сферы;
- 4 и 5 – точки видимости;
- 6 и 7 – передняя и задняя точки;
- 8 – высшая точка.

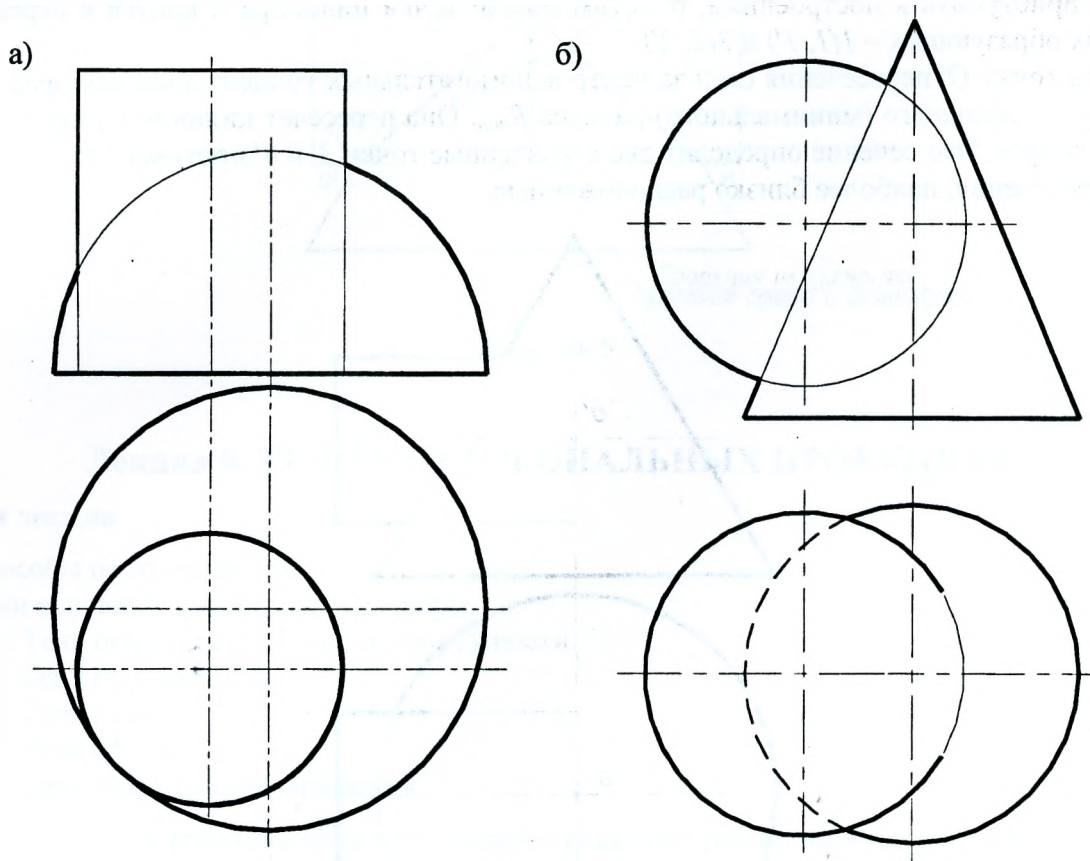


Рисунок 2

**2-ой случай:** у пересекающихся поверхностей отсутствуют проецирующие элементы.

**Пример:** построить линию пересечения сферы и прямого кругового конуса (рис. 2, б).

Проведем несколько плоскостей горизонтального уровня, которые пересекут обе поверхности по окружностям, параллельным горизонтальной плоскости проекций.

Характерные точки:

- $A(a, a')$  и  $B(b, b')$  – точки на пересечении фронтальных очерков поверхностей (высшая и низшая);
- $C(c, c')$  и  $D(d, d')$  – точки видимости на горизонтальном очерке сферы.

В приложении 1 решить задачу 2, стр. 54.

### 3.2. Способ вспомогательных секущих сфер

Если центр сферы совпадает с осью поверхности вращения, то линией их пересечения будет окружность или окружности (рис. 3). На этом основан названный выше способ построения линии пересечения двух поверхностей вращения.

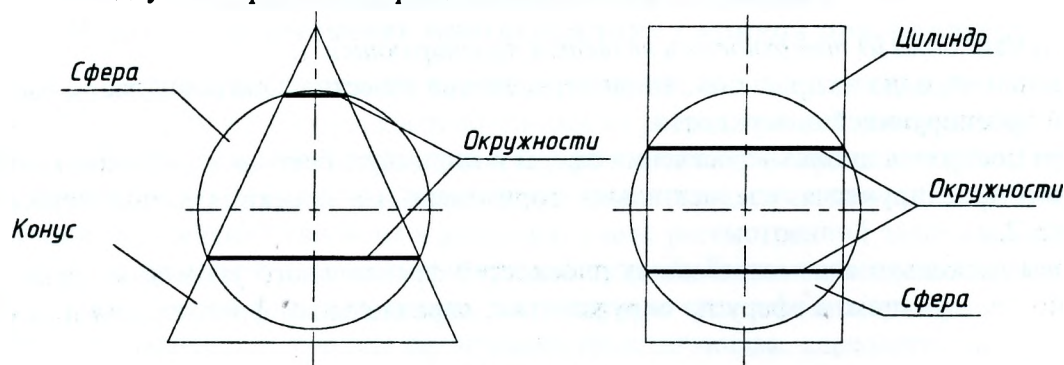


Рисунок 3

Этот способ применяется в том случае, если оси поверхностей вращения пересекаются и параллельны какой-либо плоскости проекций. При этом линия их пересечения проецируется на эту плоскость в виде плоской кривой второго порядка.

**Пример:** построить линию пересечения конуса вращения и цилиндра вращения (рис. 4). Прежде, чем приступить к построениям, отметим общие точки цилиндра и конуса в пересечении очерковых образующих –  $1(1, 1')$  и  $2(2, 2')$ .

Примем точку  $O'$  пересечения осей за центр вспомогательных концентрических сфер. Проведем сферу наименьшего (минимального) радиуса  $R_{min}$ . Она пересечет цилиндр по окружности и коснется конуса. Это сечение определит две характерные точки  $3'$  и  $4'$  противоположных частей линии пересечения, наиболее близко расположенные.

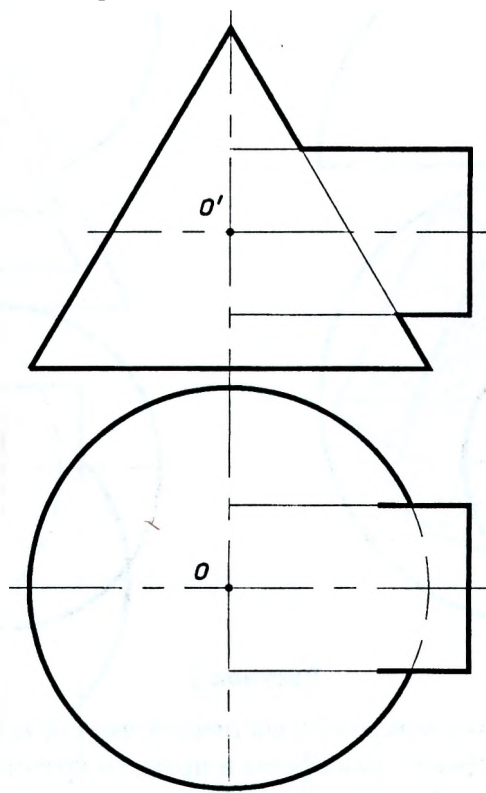


Рисунок 4

Сфера максимального радиуса  $R_{max}$  проходит через наиболее удаленную точку пересечения очерков  $2'$ .

Для построения линии пересечения проведем из центра  $O'$  несколько вспомогательных секущих сфер. Каждая сфера пересечет заданные поверхности по двум окружностям. Эти окружно-

сти принадлежат сфере, следовательно, точки их пересечения принадлежат одновременно двум заданным поверхностям. Каждое сферическое сечение в общем случае определяет четыре точки линии пересечения, попарно совпадающие на фронтальной проекции.

**Теорема Монжа.** Если сфера минимального радиуса касается одновременно обеих поверхностей вращения, то они пересекаются по двум плоским кривым второго порядка.

Теорему иллюстрирует рис. 5. Поверхности конуса и цилиндра с общей фронтальной плоскостью симметрии касаются сферы по окружностям. Линии пересечения представляют собой эллипсы, плоскости которых перпендикулярны фронтальной плоскости проекций и на чертеже изображаются прямыми, проходящими через точки пересечения фронтальных очерков поверхностей вращения  $a' - b'$  и  $c' - d'$ .

В приложении 1 решить задачу 3-4, стр. 54-55.

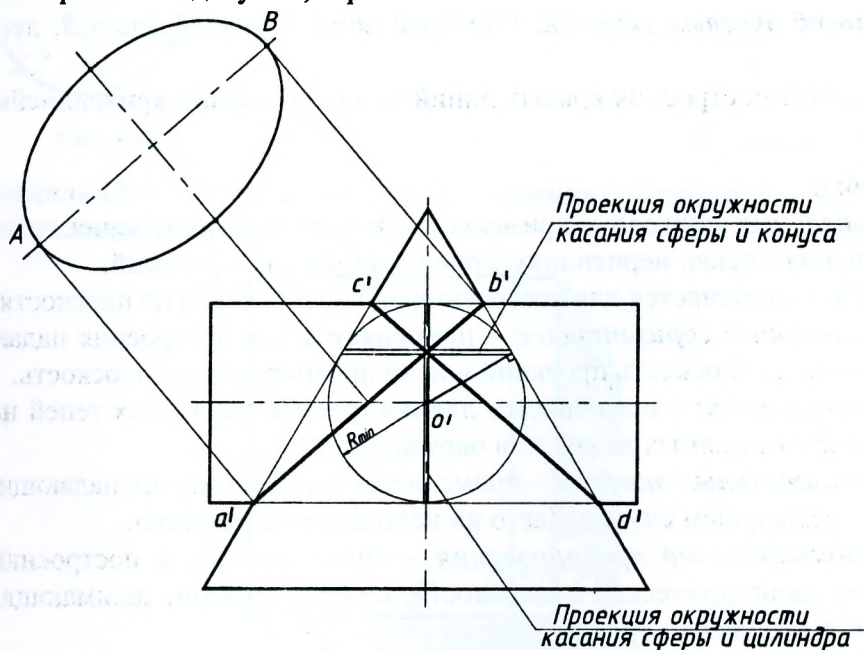


Рисунок 5

## Лекция 8. ТЕНИ В ОРТОГОНАЛЬНЫХ ПРОЕКЦИЯХ

### План лекции

1. Способы построения теней.
2. Тени основных геометрических форм.
  - 2.1. Тень окружности. Тень полуокружности.
  - 2.2. Тени полуцилиндра.
  - 2.3. Тени конуса.
  - 2.4. Тени сферы.
  - 2.5. Тени поверхностей вращения.

В архитектурной практике тени показывают преимущественно на изображениях фасадов, но иногда и на других проекциях. Обычно применяется условное освещение параллельными лучами, расположенными по направлению диагонали куба, грани которого расположены параллельно плоскостям проекций. Тогда проекции лучей будут расположены под углом  $45^\circ$  к осям проекций.

Ранее было рассмотрено построение падающей тени от точки и прямой на плоскости проекций, на проецирующие плоскости и любые случайные плоскости, а также на поверхности вращения. На этом основании можно сделать выводы, что построение падающей тени:

- 1) от точки на плоскость представляет собой позиционную задачу построения точки пересечения прямой с плоскостью;
- 2) от точки на поверхность сводится к построению точки пересечения прямой с поверхностью;

3) от прямой – к построению линии пересечения поверхности плоскостью;

4) от плоской фигуры – к построению линии пересечения поверхностей.

*Построение границ теней, с геометрической точки зрения, состоит из двух этапов:*

1. *Определение линии прикосновения лучевых поверхностей, обертывающих данное тело, т.е. определения границы собственной тени.*

2. *Построение линии пересечения двух поверхностей, данной и лучевой. Линия пересечения будет границей падающей тени.*

*Примечание:* некоторые закономерности образования границ теней при освещении параллельными лучами изучить по методическим указаниям «Тени в ортогональных проекциях» стр. 12-16.

## 1. Способы построения теней

**Основной – способ лучевых сечений.** Наиболее общий, универсальный, легко запоминающийся.

Недостаток – требует построения кривых линий при пересечении криволинейных форм лучевыми плоскостями.

**Частные способы:**

1. **Способ касательных конусов** – применяется только для построения собственных теней поверхностей вращения с осью, перпендикулярной к плоскости проекций.

2. **Способ выноса** – применяется для построения падающих теней на плоскостях проекций.

3. **Способ биссекторных горизонталей** – применяется для построения падающих теней от поверхности вращения на плоскость проекций или на проецирующую плоскость.

4. **Способ обратных лучей** – применяется для построения падающих теней на поверхности, несущие на себе каркас из прямых линий или окружностей.

5. **Способ вспомогательных экранов** – применяется для построения падающих теней на поверхности, что и в предыдущем случае. Часто их используют совместно.

6. **Способ вспомогательного проецирования** – применяется для построения теней, когда объект имеет форму цилиндрической поверхности, с образующими, занимающими не проецирующее положение, а положение уровня.

При графических операциях построения теней часто приходится делить отрезок прямой в отношении, равном отношению величины стороны к диагонали квадрата, т.е. равном 0.707 (округленно 0.7)(рис. 1), а также строить угол  $35^{\circ}$  (рис. 2).

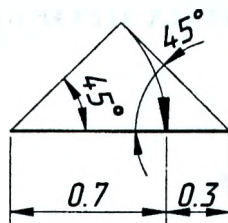


Рисунок 1

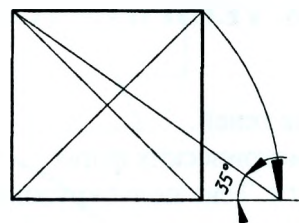


Рисунок 2

## 2. Тени основных геометрических форм

Для построения теней, как правило, должны быть даны две проекции, которые полностью определяли бы данный объект.

В случае простых форм, таких как прямой круговой цилиндр, круговой конус, поверхности вращения и др., тени могут быть построены при наличии одной проекции, но с соответствующей дополнительной информацией о форме тела, которая заменяет вторую проекцию.

**2.1. Тень окружности** строится, преимущественно по восьми точкам (рис. 3). Вначале строится тень описанного вокруг окружности квадрата. В нашем примере это параллелограмм  $a'd'A_1C_1$ . Затем строим тени  $1_1$ ,  $5_1$  и  $7_1$ ,  $3_1$ . Отрезок  $7'd'$  делим в отношении 0.707, проводим линии  $f'2'$  и  $e'4'$  и отмечаем точки  $2_1$ ,  $4_1$ ,  $6_1$ ,  $8_1$ .

**Тень полуокружности** (рис. 4).

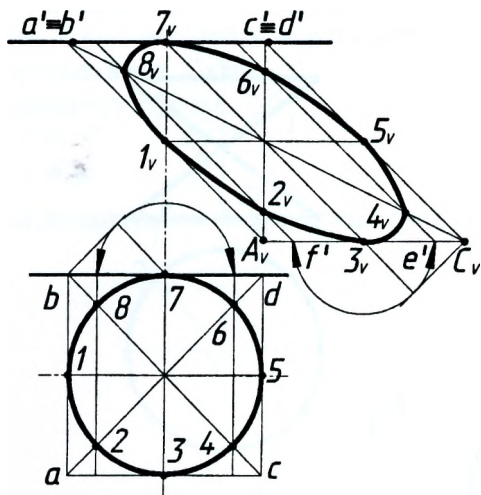


Рисунок 3

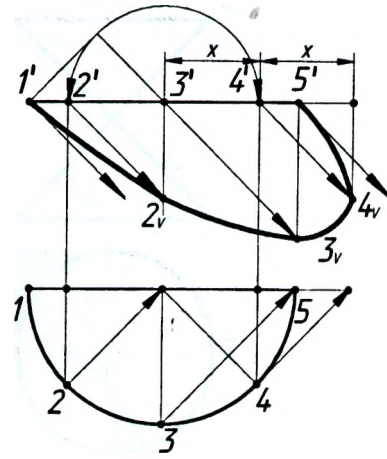


Рисунок 4

**2.2. Тени полуцилиндра.** На рис. 5 показаны построения собственной и падающей тени полуцилиндра на фронтальную плоскость проекций.

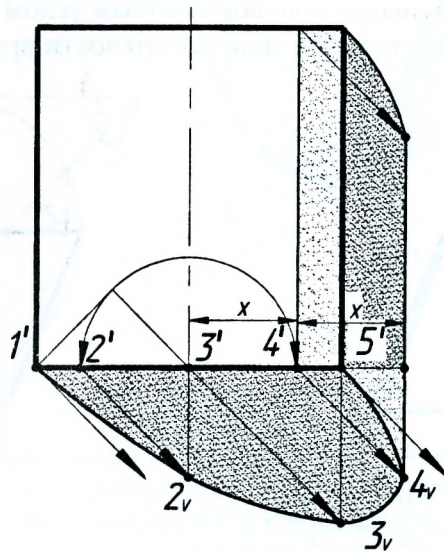


Рисунок 5

**Примечание:** прием построения собственной тени цилиндра используется при построении собственных теней поверхностей вращения на экваторе и горловине.

**2.3. Тени конуса.** Построение тени от вершины конуса на плоскость его основания обязательно при любых положениях конуса. В зависимости от положения конуса тень может занимать любую часть его поверхности – от нуля до полной.

Собственная тень прямого кругового конуса с углом наклона образующей  $45^\circ$  или  $35^\circ$  всегда имеет определенное положение и часто используется при построении собственных теней поверхностей вращения.

У прямого кругового конуса с углом наклона образующей  $45^\circ$  (рис. 6) границами тени будут образующие  $C1$  и  $C2$  (тень занимает четверть поверхности), а у обратного конуса –  $C3$  и  $C4$  (вся поверхность в тени).

У прямого кругового конуса с углом наклона образующей  $35^\circ$  (рис. 7) границей тени будет образующая  $C1$  (вся поверхность освещена), а у обратного конуса –  $C2$  (вся поверхность в тени).

**Примечание:**

а) с помощью касательного конуса с образующей  $45^\circ$  определяются точки границы собственной тени на фронтальном и профильном очерках поверхности вращения;

б) с помощью касательного конуса с образующей  $35^\circ$  определяются высшая и низшая точки той же тени.

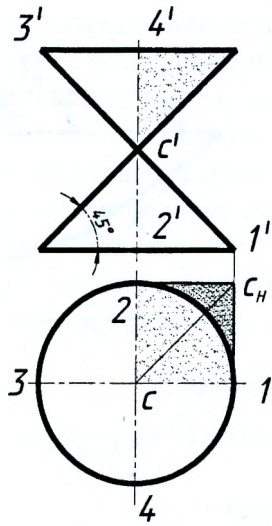


Рисунок 6

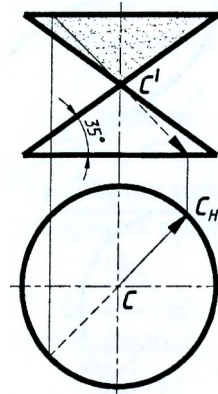


Рисунок 7

Пример: построение собственной тени конуса по одной проекции (рис. 8). Этот прием особенно удобен при отсутствии в пределах чертежа вершины конуса.

**Примечание:** с помощью касательных конусов с любым углом наклона образующей строятся промежуточные точки границы собственной тени поверхности вращения.

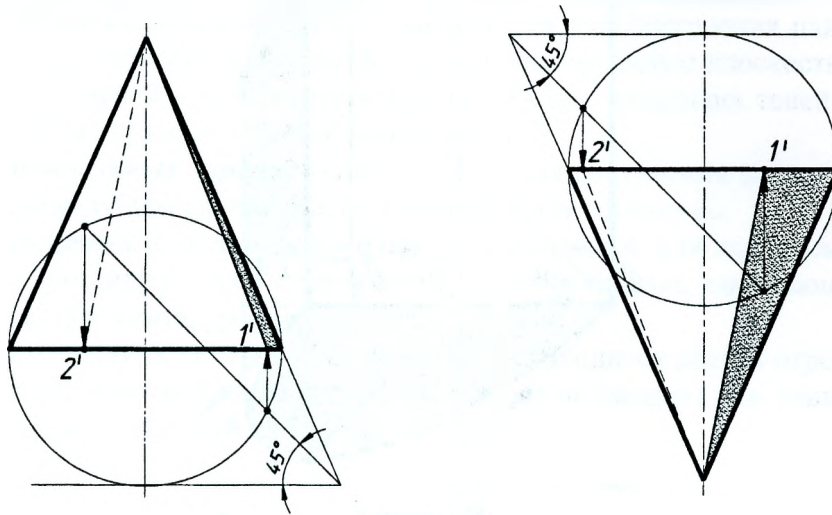


Рисунок 8

#### 2.4. Тени сферы (рис. 9).

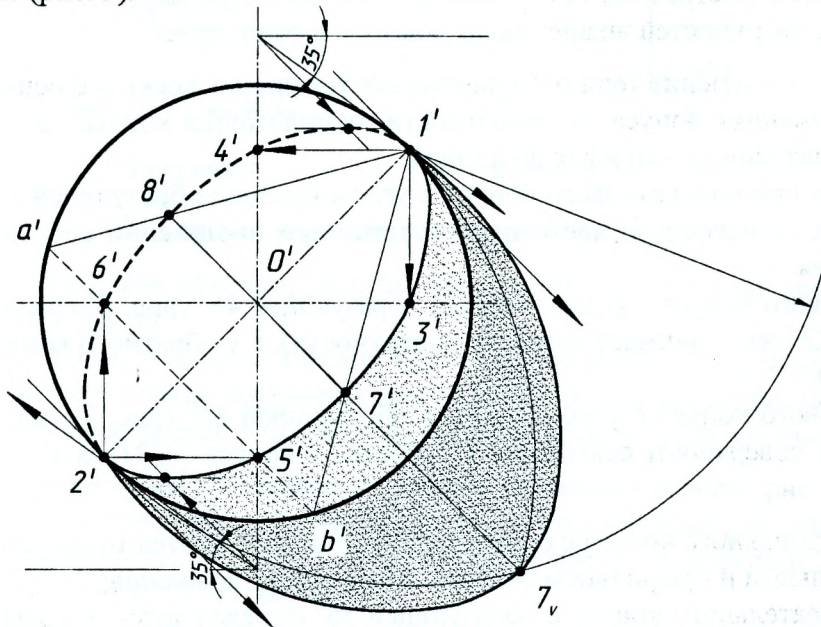


Рисунок 9



Точки  $1'$ ,  $2'$  определяются проведением касательных лучей; точки  $3'$ ,  $4'$ ,  $5'$ ,  $6'$  определяются проведением горизонталей и вертикалей из точек  $1'$  и  $2'$ ; точки  $7'$ ,  $8'$  – построением равнобедренного треугольника  $1'a'b'$ .

$1', 2' =$  диаметру сферы.

$7' 8' = 0.6 d$ .

$O'7_v = 1.7 R_{сф}$ .

## 2.5. Тени поверхностей вращения (рис. 10).

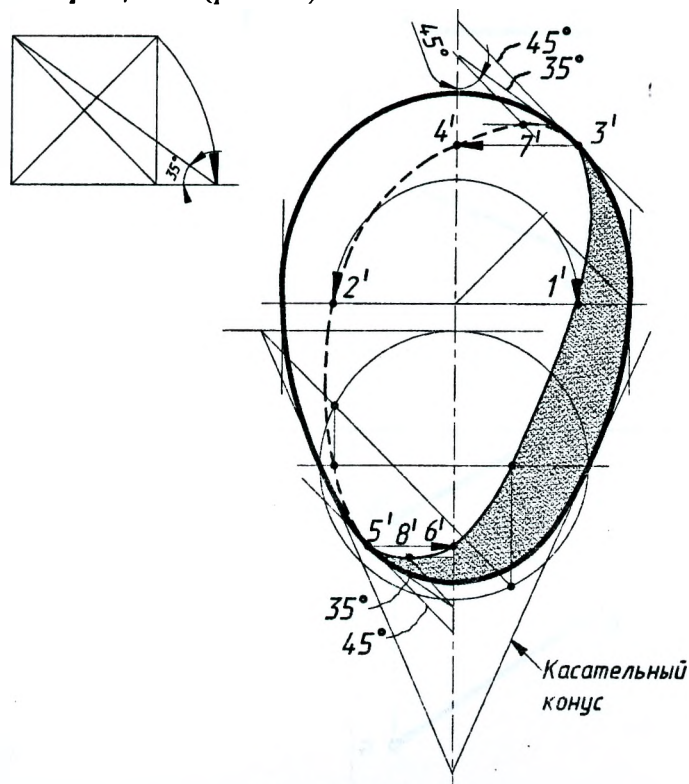


Рисунок 10

Точки  $1'$ ,  $2'$  определяются проведением касательного цилиндра;  $3'$ ,  $4'$ ,  $5'$ ,  $6'$  – точки границы собственной тени на фронтальном и профильном очерке поверхности вращения (определяются с помощью касательного конуса с образующей  $45^\circ$ ); с помощью касательного конуса с образующей  $35^\circ$  определяются высшая и низшая точки той же тени –  $7'$ ,  $8'$ ; с помощью касательного конуса с любым углом наклона образующей строятся промежуточные точки границы собственной тени поверхности вращения.

В приложении 1 решить задачи 1-4, стр. 56-58.

## Литература

### Основная

1. Климухин, А.Г. Начертательная геометрия. – М.: Архитектура-С., 2007. – 334 с.
2. Короев, Ю.И. Начертательная геометрия. – М.: Архитектура-С., 2007. – 422 с.
3. Ткач, Д.И. Архитектурное черчение / Д.И. Ткач, Н.Л. Русскевич, П.Р. Ниринберг, М.Н. Ткач. – Киев.: Будивэльныйк, 1978. – 276 с.
4. Короев, Ю.И. Сборник задач и заданий по начертательной геометрии / Ю.И. Короев, Ю.В. Котов, Ю.Н. Орс. – М.: Стройиздат, 1989. – 178 с.

### Дополнительная

1. Климухин, А.Г. Тени и перспектива. – М.: Стройиздат, 1967. – 201 с.
2. Русскевич, Н.Л. Начертательная геометрия. – Киев.: Вища школа, 1978. – 312 с.
3. Кузнецов, Н.С. Начертательная геометрия. – М.: Высшая школа, 1986. – 302 с.
4. Крылов, Н.Н. Начертательная геометрия. – М.: Высшая школа, 1990. – 240 с.: ил.
5. Русскевич, Н.Л. Сборник задач по начертательной геометрии. – Киев.: Вища школа, 1978. – 184 с.

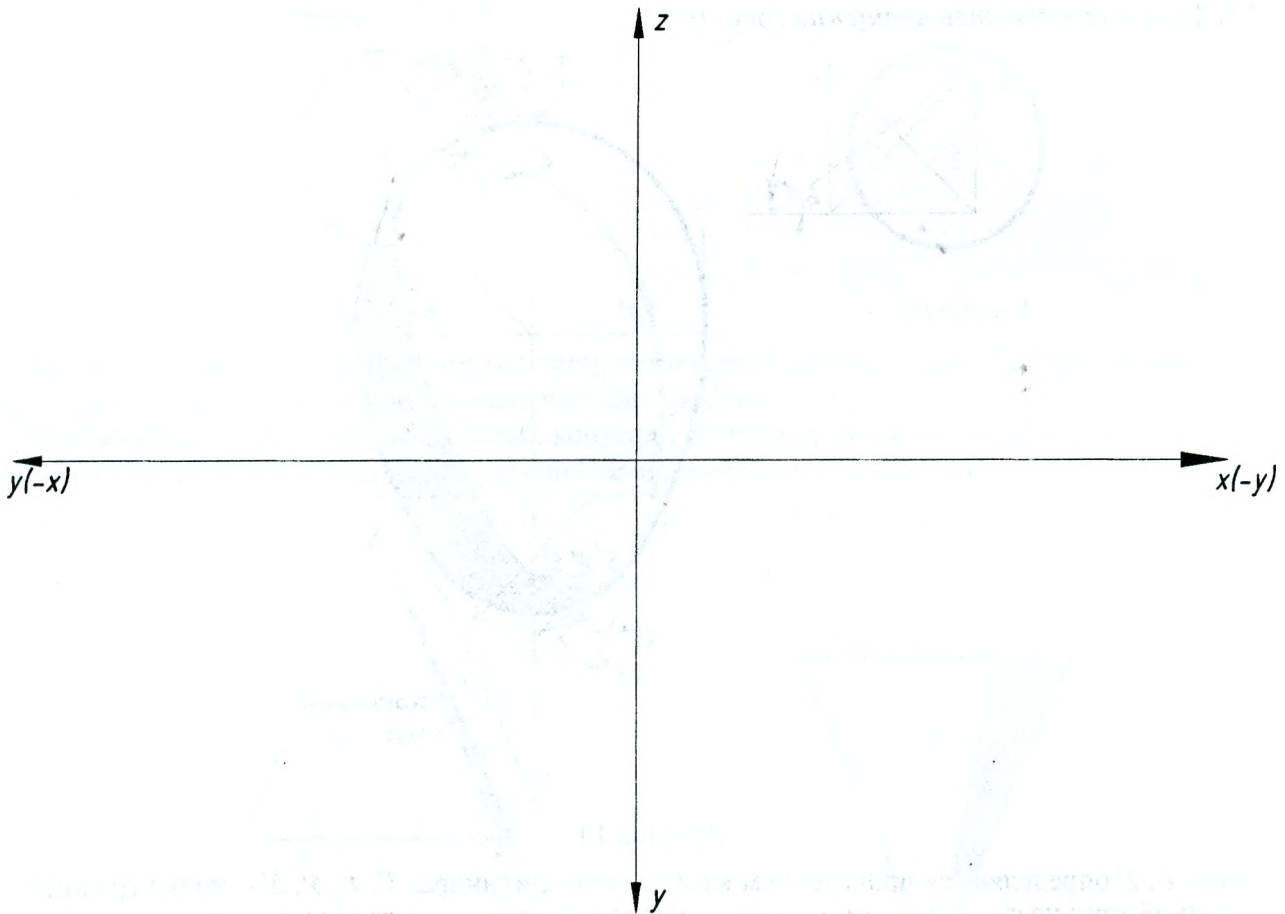
### Учебно-методические разработки

1. Тени в ортогональных проекциях: методические указания / А.И. Яромич, Л.П. Шумская, Н.Н. Зубрицкий. – Брест: Изд-во БрГТУ, 2002.
2. Тени в аксонометрии. Тени в перспективе: методические указания / А.И. Яромич, Л.П. Шумская, Н.Н. Зубрицкий. – Брест: Изд-во БрГТУ, 2003.

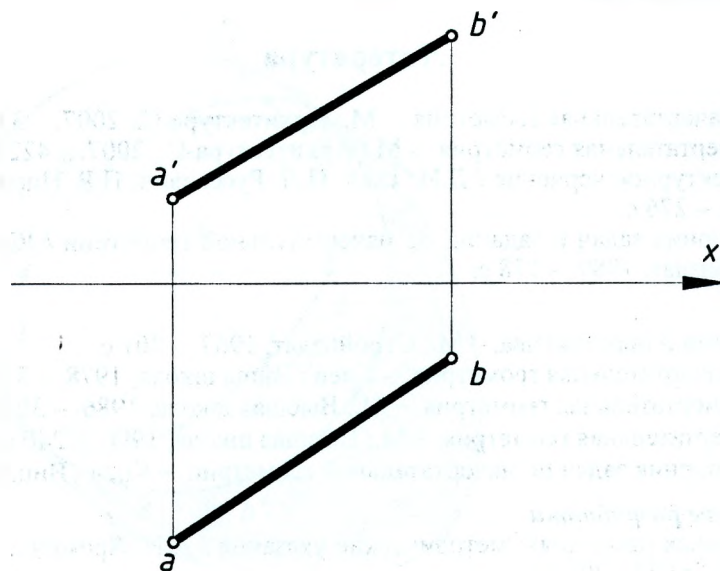
# ПРИЛОЖЕНИЕ 1

## Тема: «Точка, прямая, плоскость. Тени»

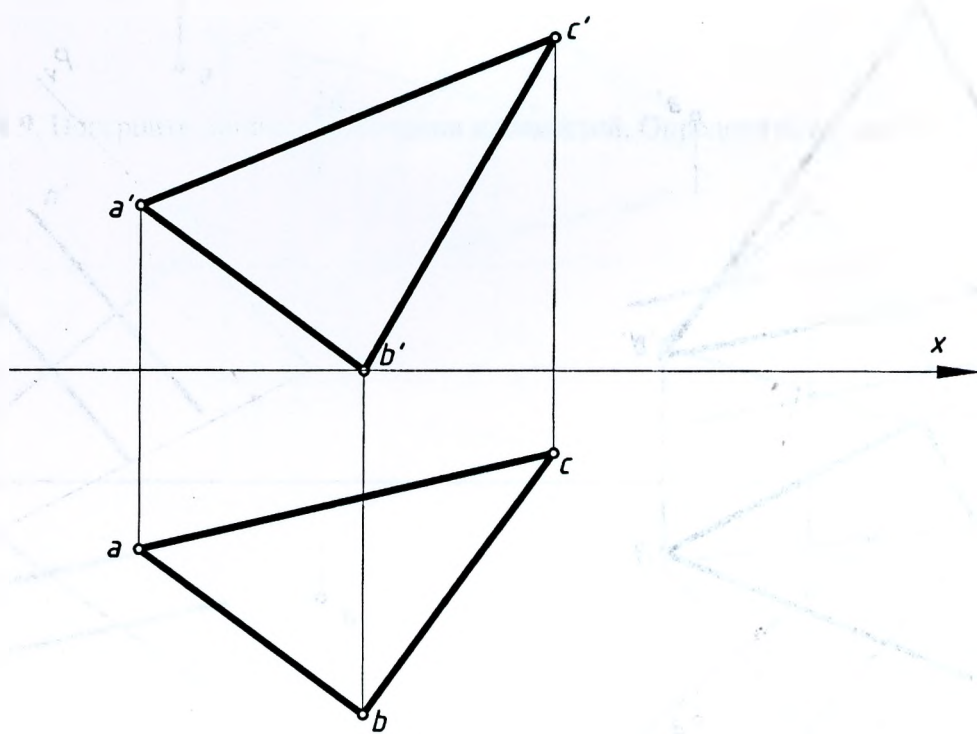
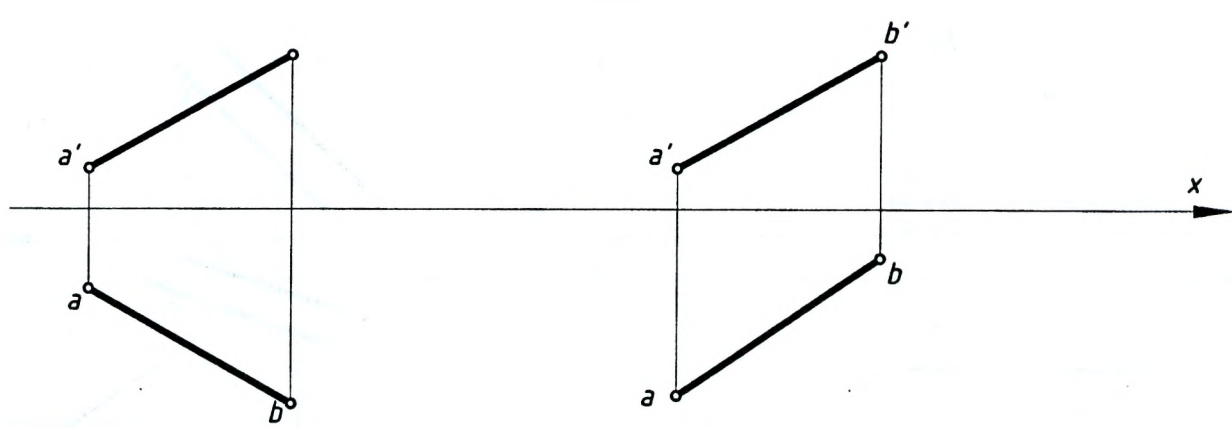
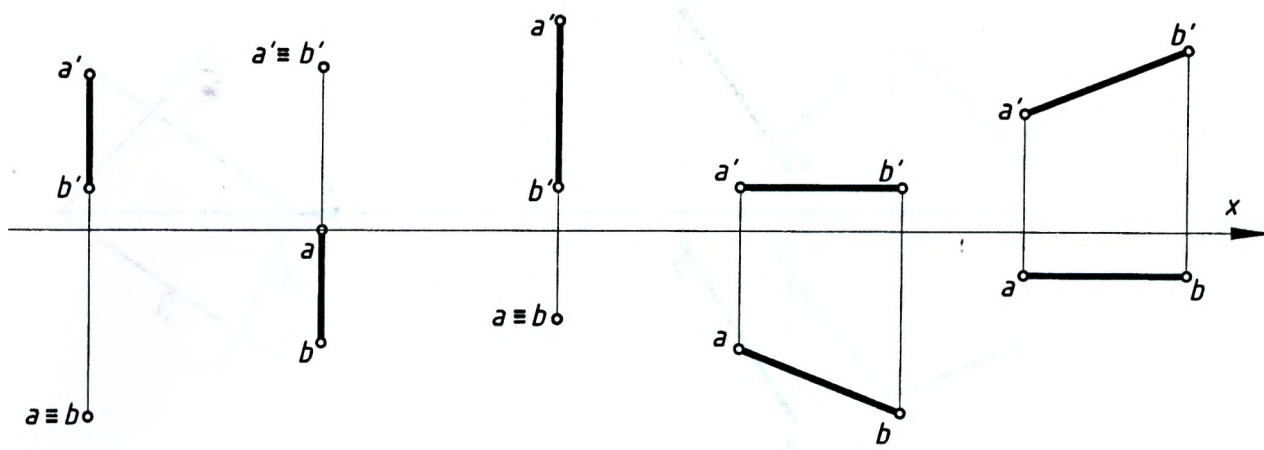
**ЗАДАЧА 1.** Построить ортогональный чертеж точек  $A(60, 20, 30)$ ,  $B(65, 0, 10)$ ,  $C(50, 25, 0)$ ,  $D(30, -5, 40)$ ,  $F(25, -60, -45)$ ,  $K(0, -45, -25)$ ,  $L(0, 0, -5)$ .



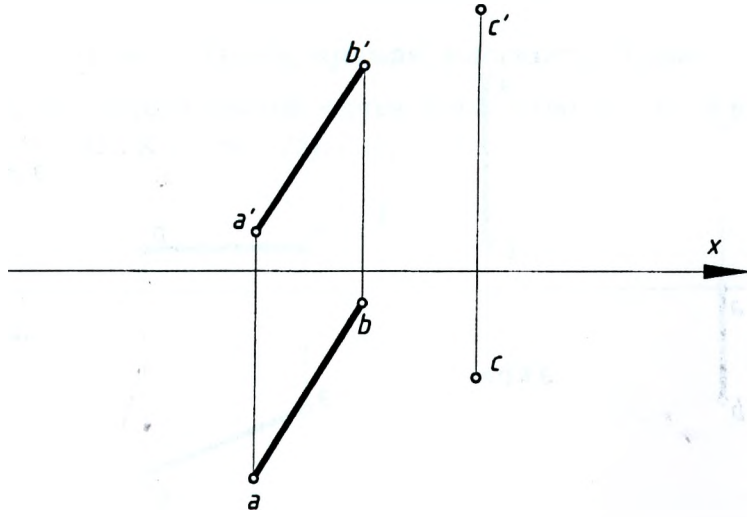
**ЗАДАЧА 2.** Построить следы прямой, заданной отрезком  $AB$ , натуральную величину отрезка  $AB$  и углы наклона к плоскостям  $V$  и  $H$ .



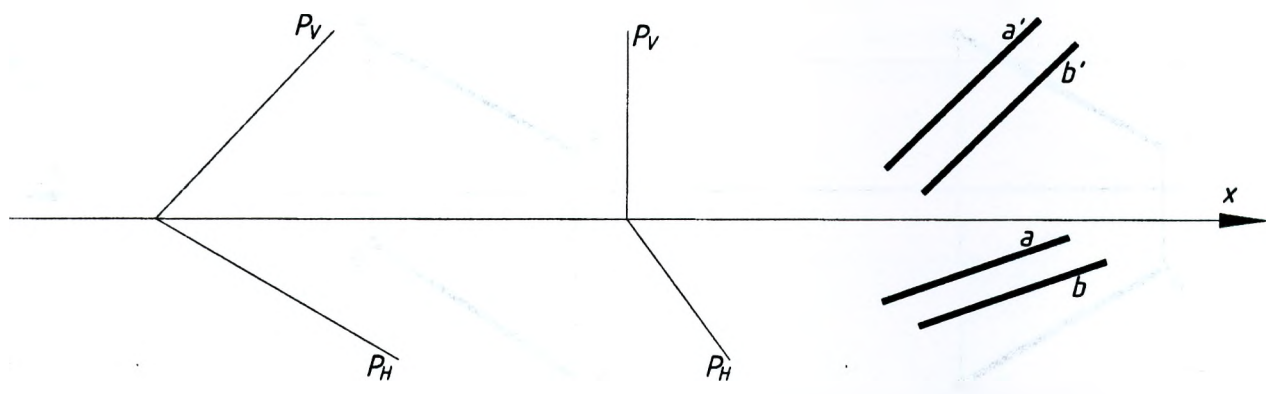
ЗАДАЧА 3. Построить тени от прямых и плоскости.



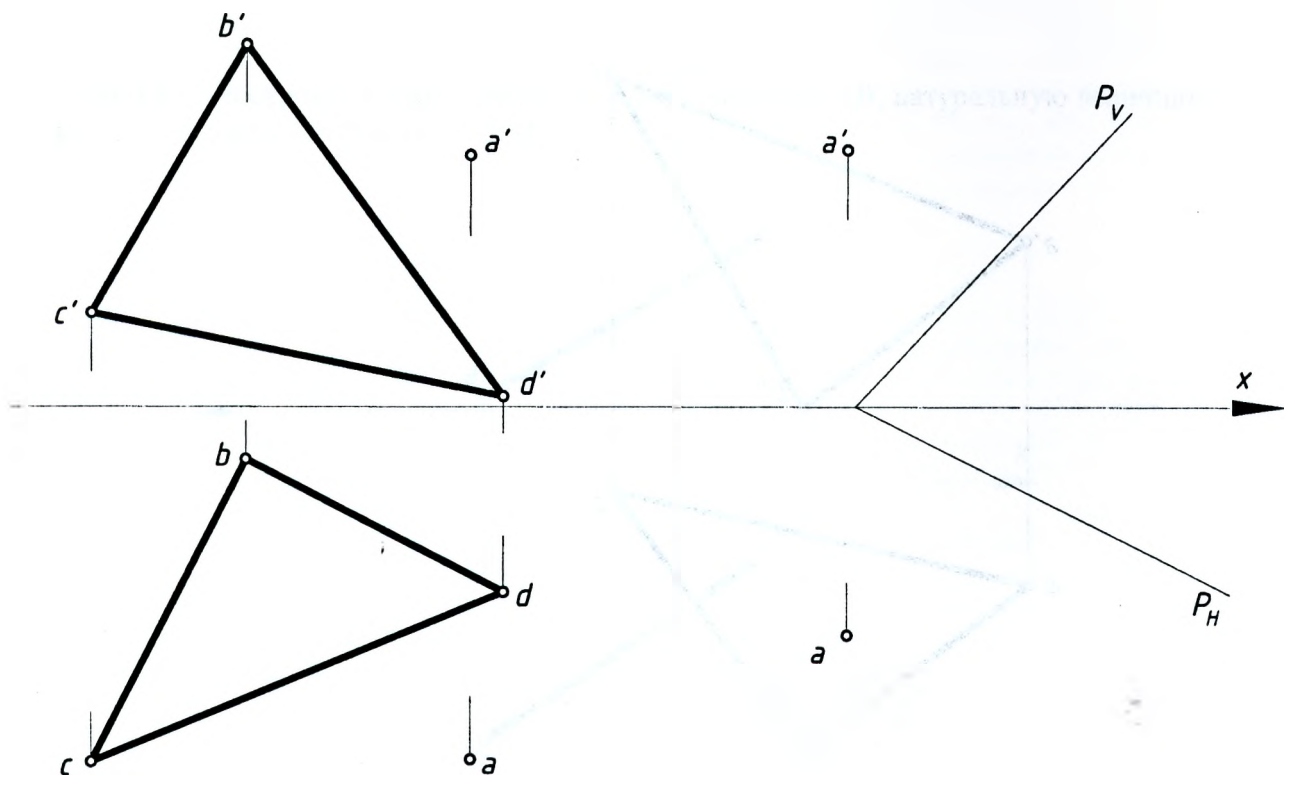
**ЗАДАЧА 4.** Построить следы плоскости.



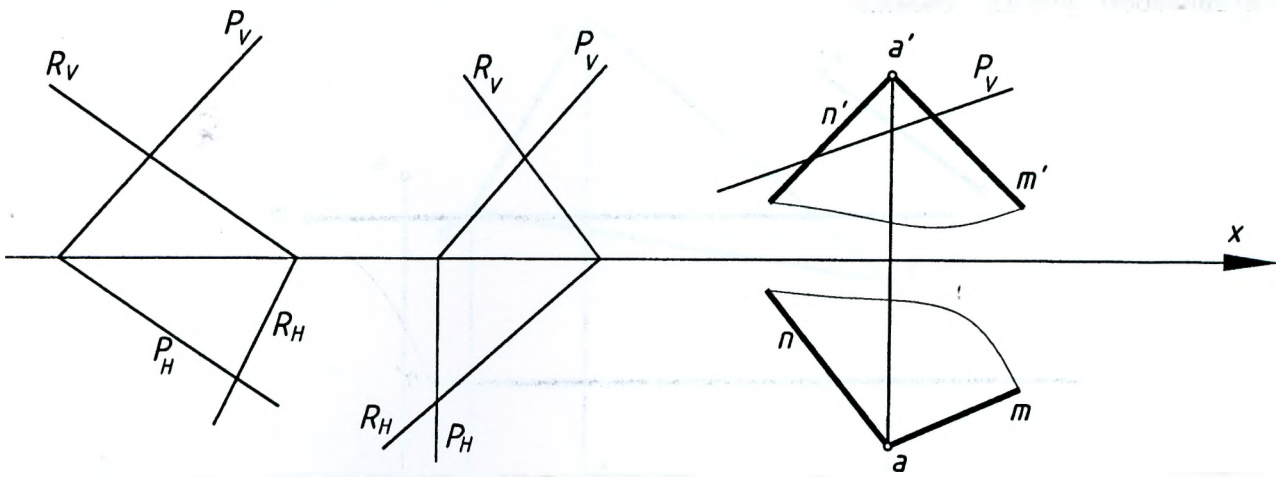
**ЗАДАЧА 5.** Построить главные линии плоскостей.



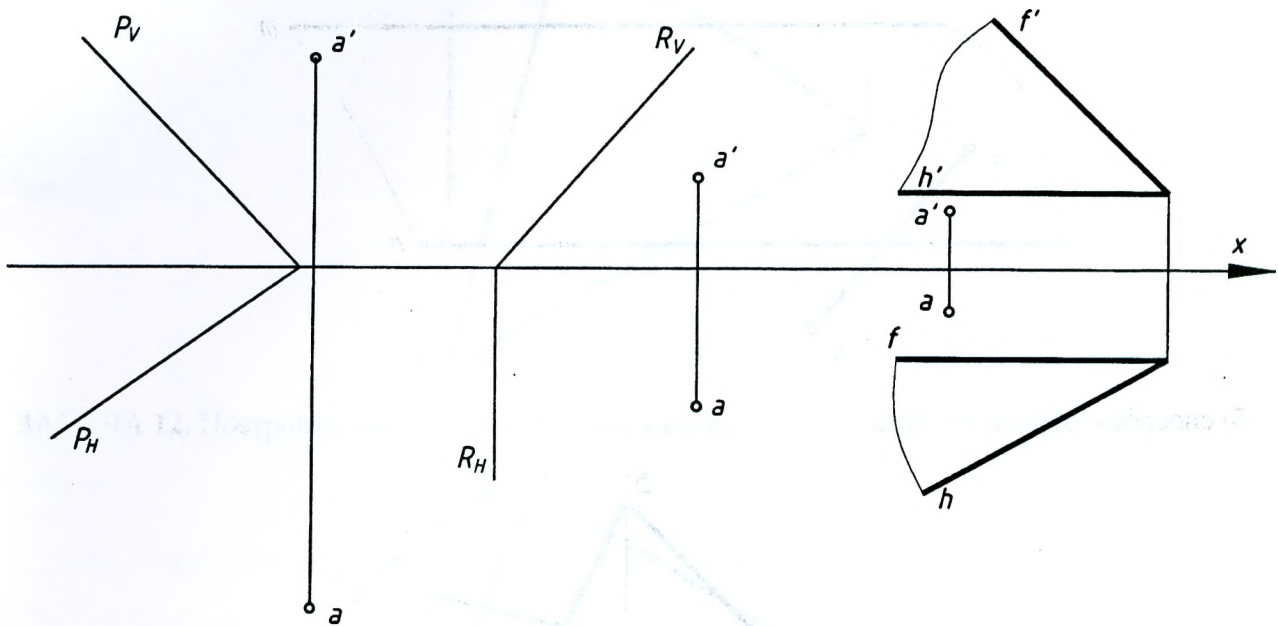
**ЗАДАЧА 6.** Через точку А построить прямую: а) параллельную плоскости; б) перпендикулярную плоскости.



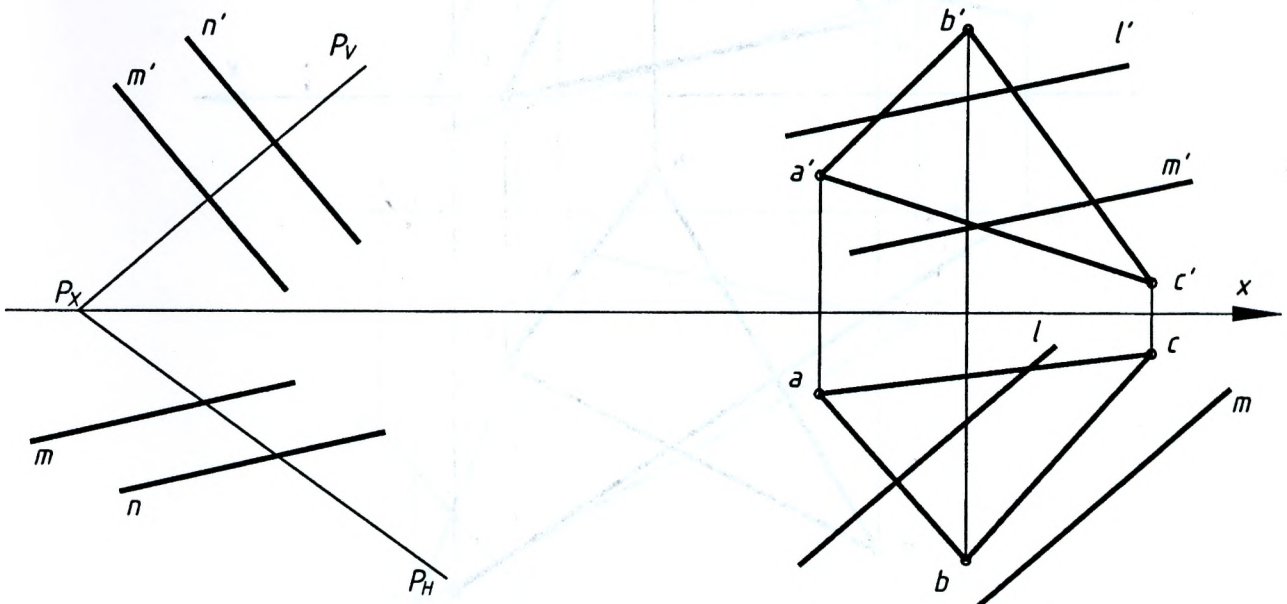
**ЗАДАЧА 7.** Построить линию пересечения плоскостей.



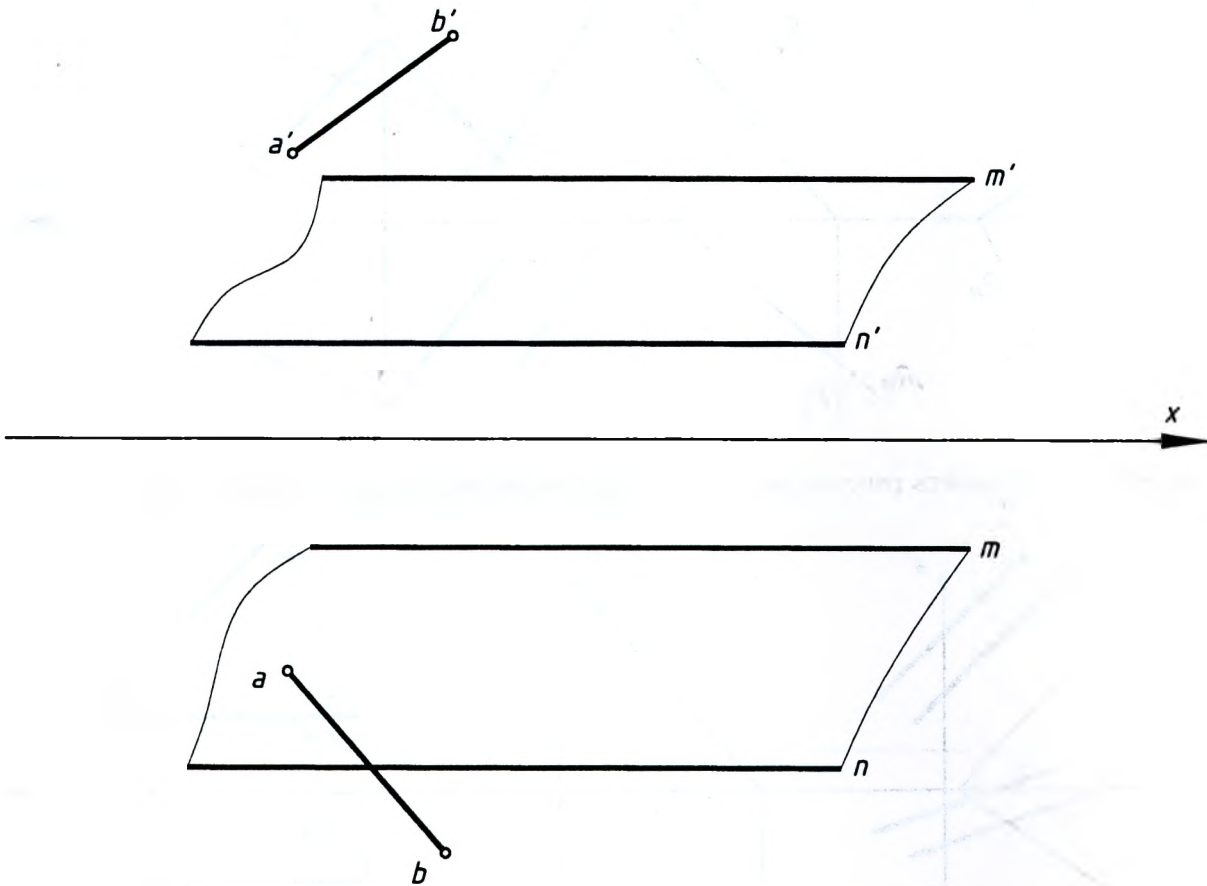
**ЗАДАЧА 8.** Определить расстояние от точки до плоскости. Определить видимость.



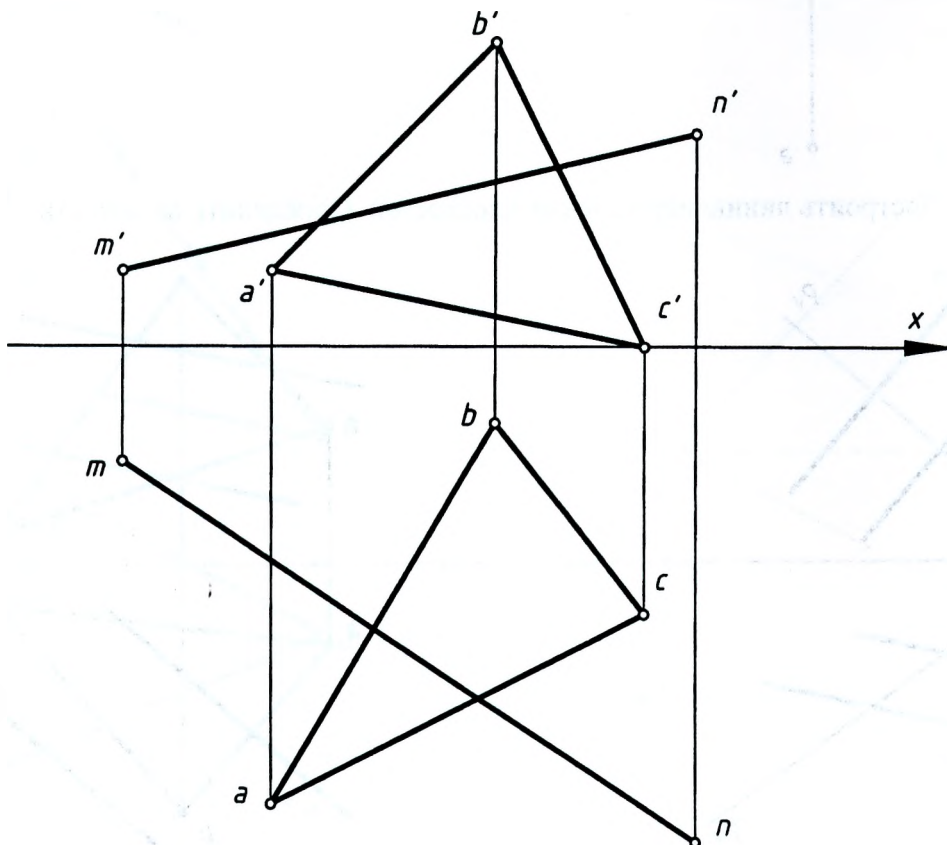
**ЗАДАЧА 9.** Построить линию пересечения плоскостей. Определить видимость.



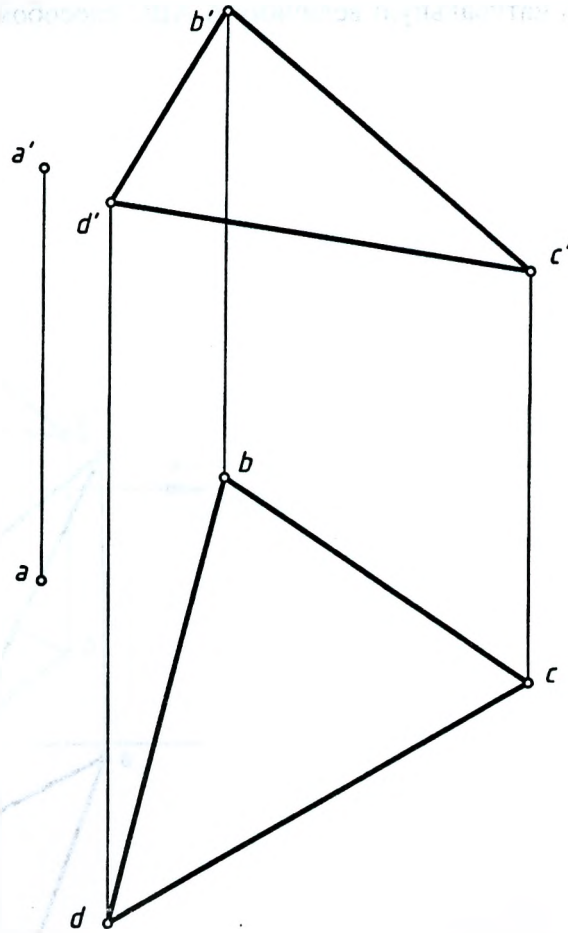
**ЗАДАЧА 10.** Построить тень от прямой АВ на плоскость:  
 а) способом лучевых сечений



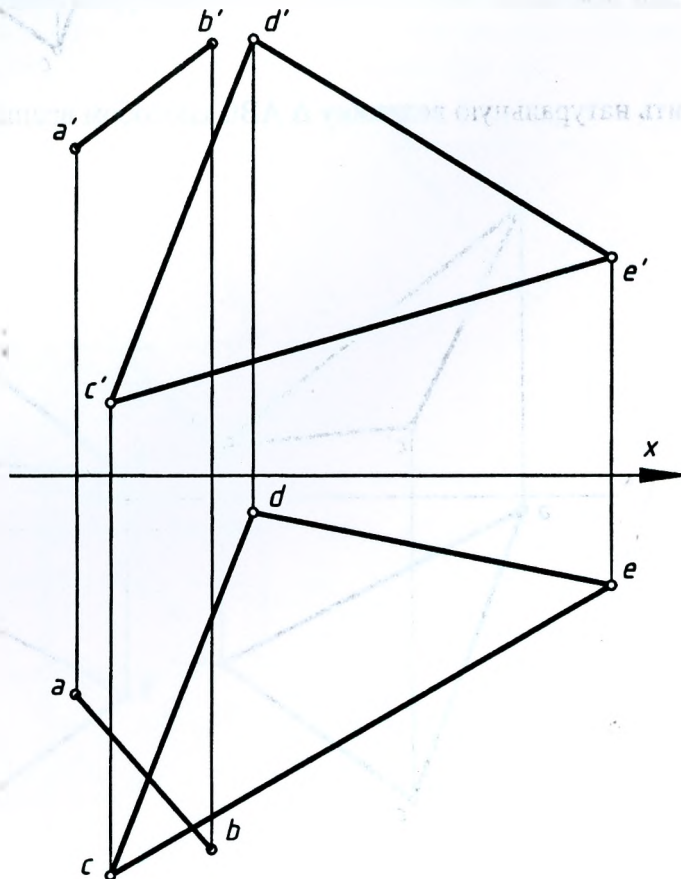
б) способом обратного луча



**ЗАДАЧА 11.** Определить расстояние от точки до плоскости.

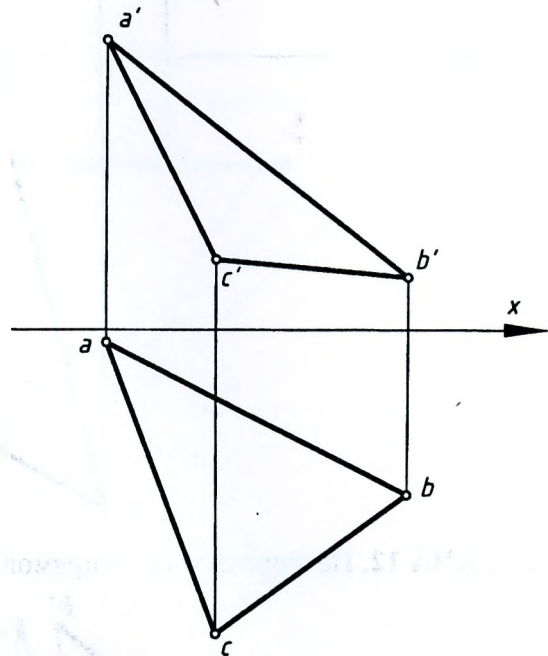


**ЗАДАЧА 12.** Построить тень от прямой на плоскости.

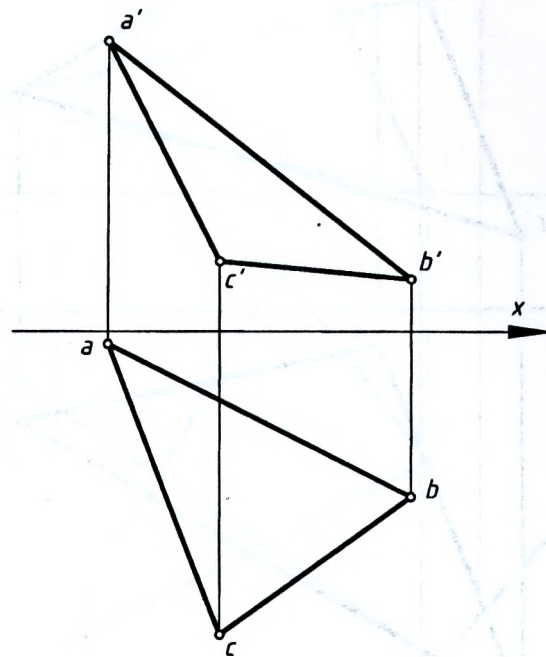


**Тема: «Преобразование комплексного чертежа»**

**ЗАДАЧА 1.** Определить натуральную величину  $\Delta ABC$  способом замены плоскостей проекций.

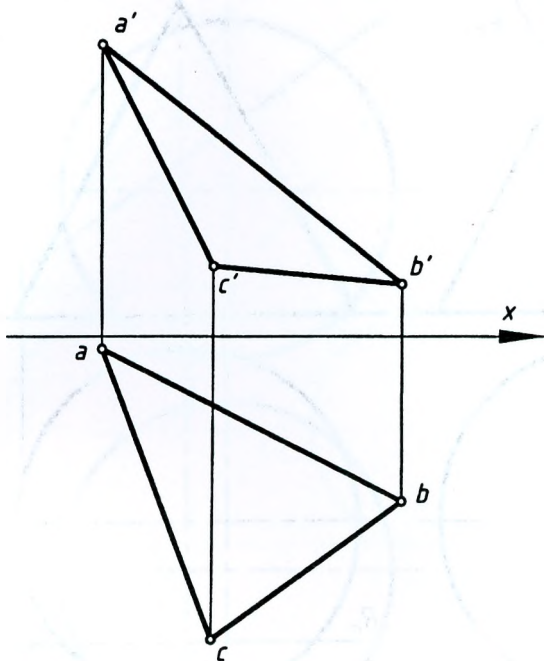


**ЗАДАЧА 2.** Определить натуральную величину  $\Delta ABC$  способом вращения вокруг линии уровня.

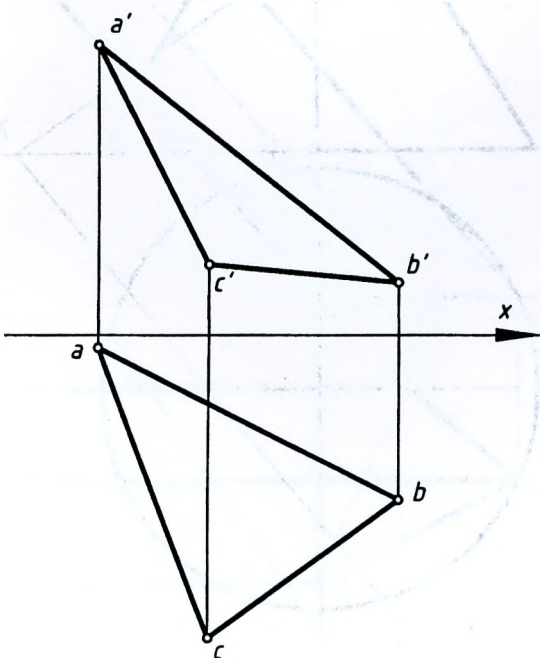




**ЗАДАЧА 3.** Определить натуральную величину  $\Delta ABC$  способом вращения вокруг проецирующей оси.

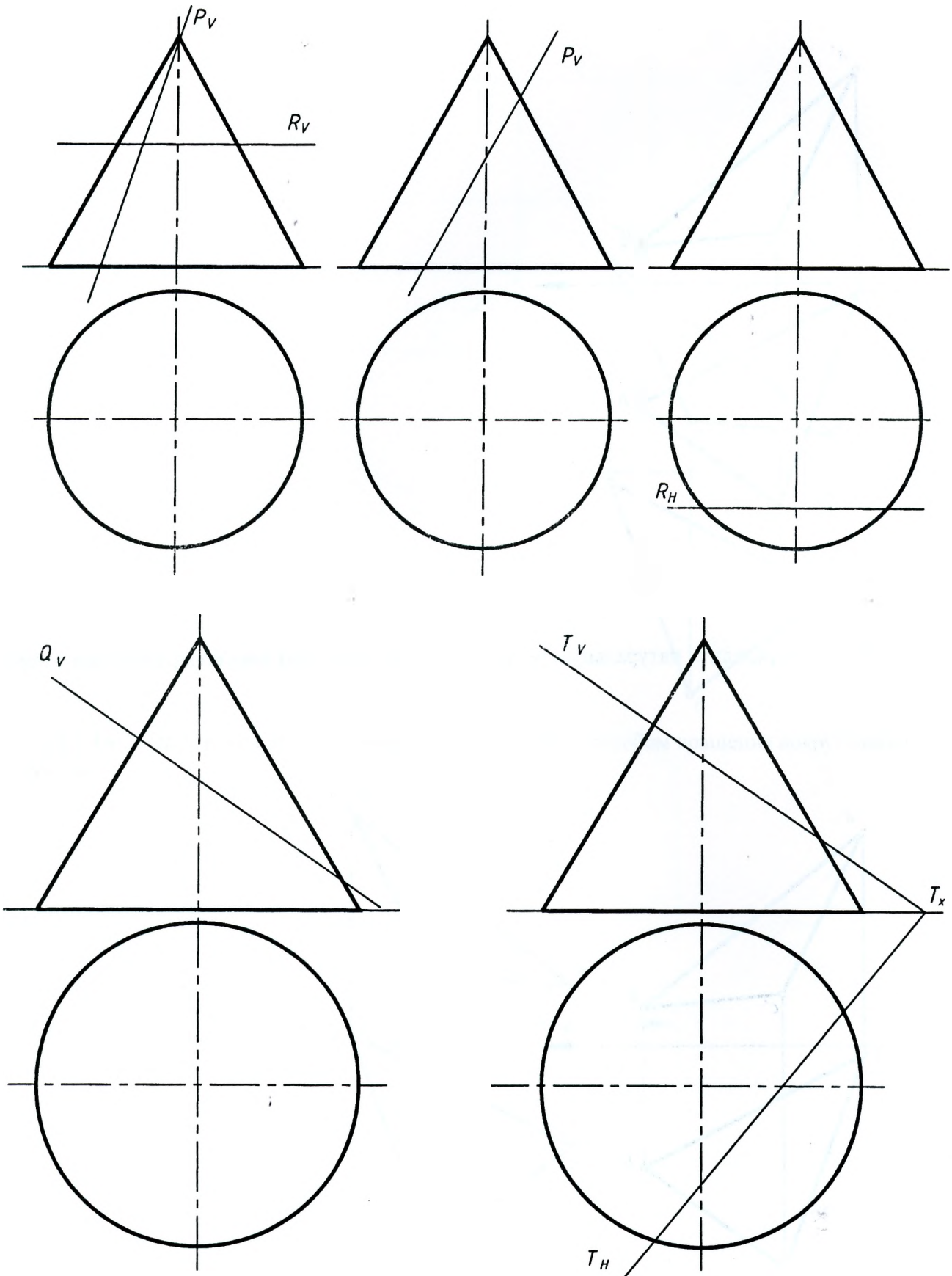


**ЗАДАЧА 4.** Определить натуральную величину  $\Delta ABC$  способом плоскопараллельного перемещения.



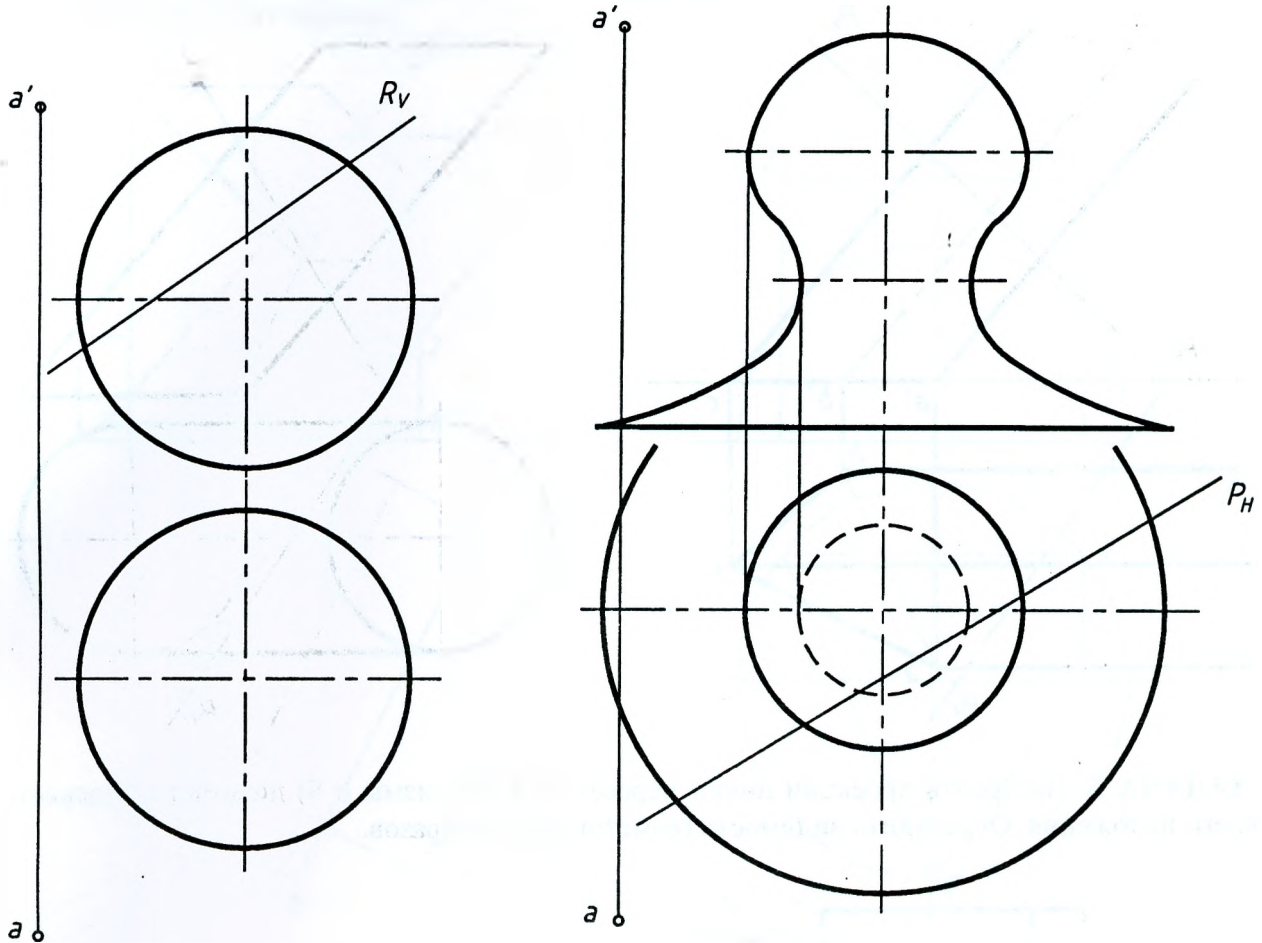
Тема: «Пересечение поверхности плоскостью»

ЗАДАЧА 1. Построить проекции линии пересечения конуса плоскостью. Определить видимость геометрических образов.

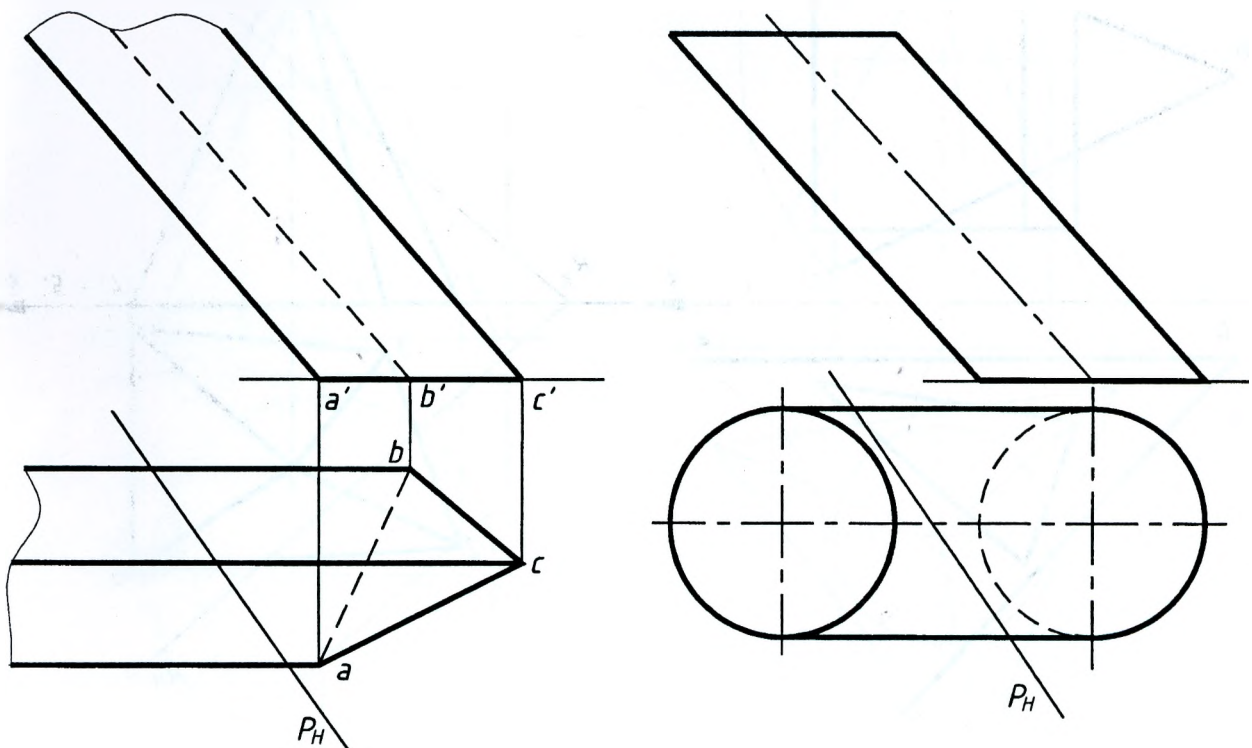


**ЗАДАЧА 2.** Построить проекции линии пересечения поверхности вращения плоскостью частного положения. Определить видимость геометрических образов.

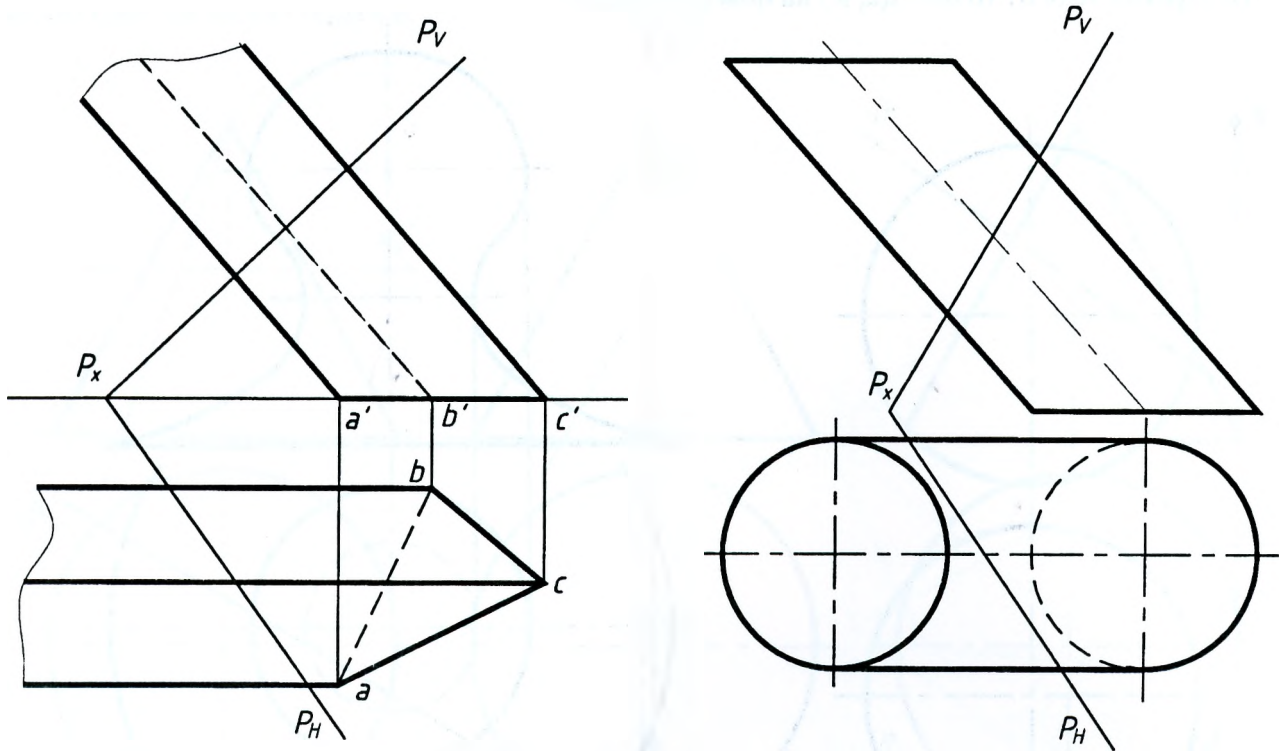
Построить тень от точки  $A(a, a')$  на поверхность.



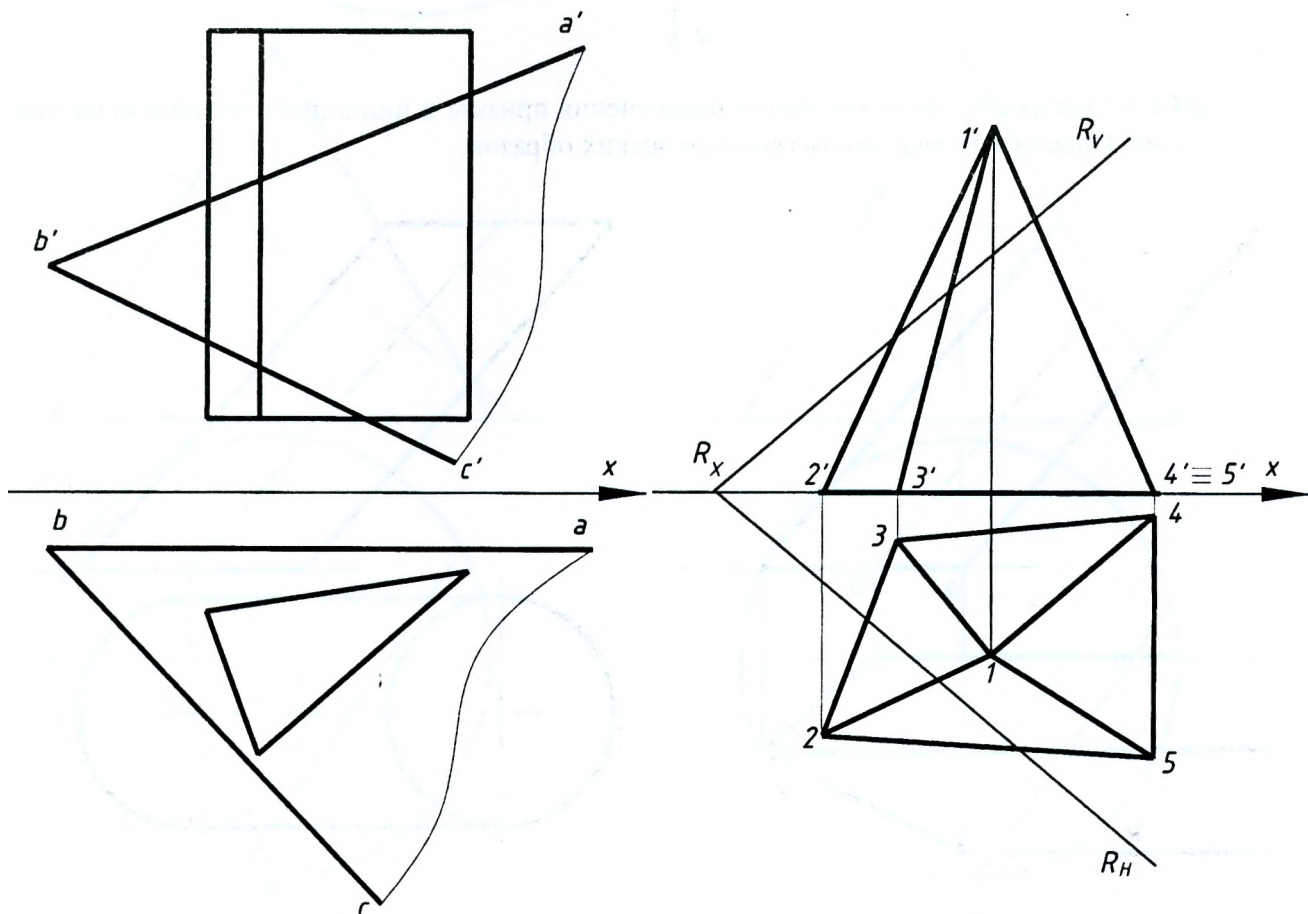
**ЗАДАЧА 3.** Построить проекции линии пересечения призмы и цилиндра плоскостью частного положения. Определить видимость геометрических образов.



**ЗАДАЧА 4.** Построить проекции линии пересечения призмы и цилиндра плоскостью общего положения. Определить видимость геометрических образов.

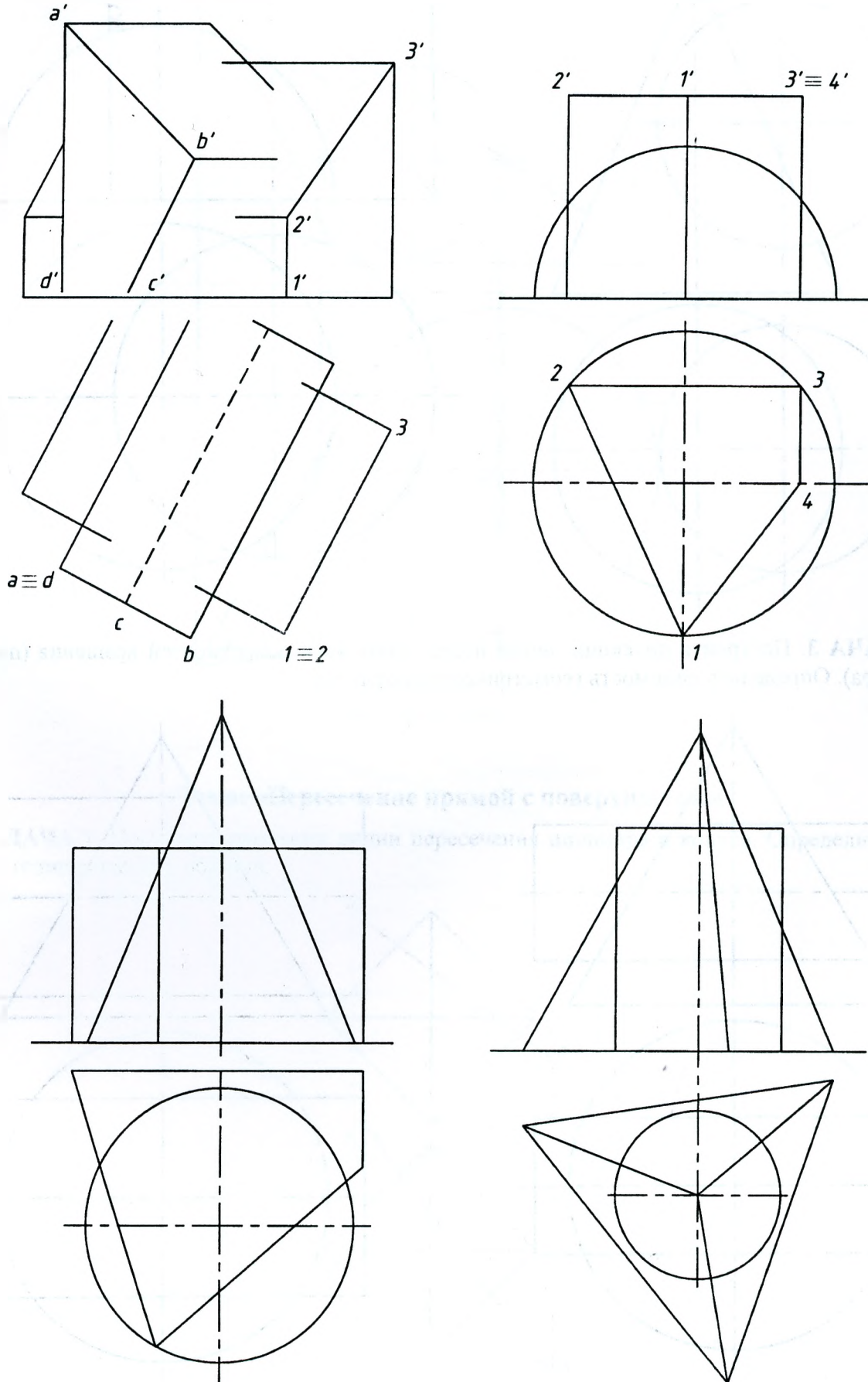


**ЗАДАЧА 5.** Построить проекции линии пересечения а) призмы и б) пирамиды плоскостью общего положения. Определить видимость геометрических образов.

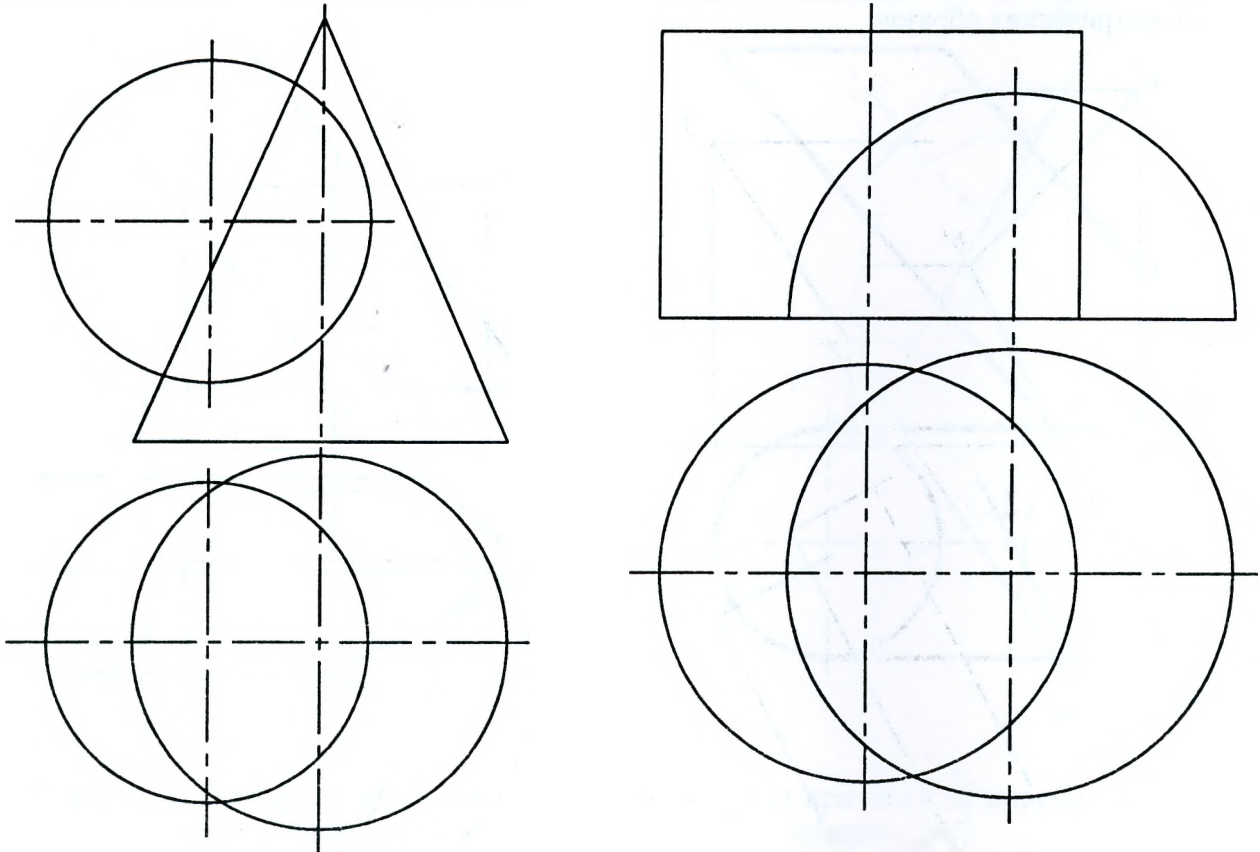


**Тема: «Пересечение поверхностей»**

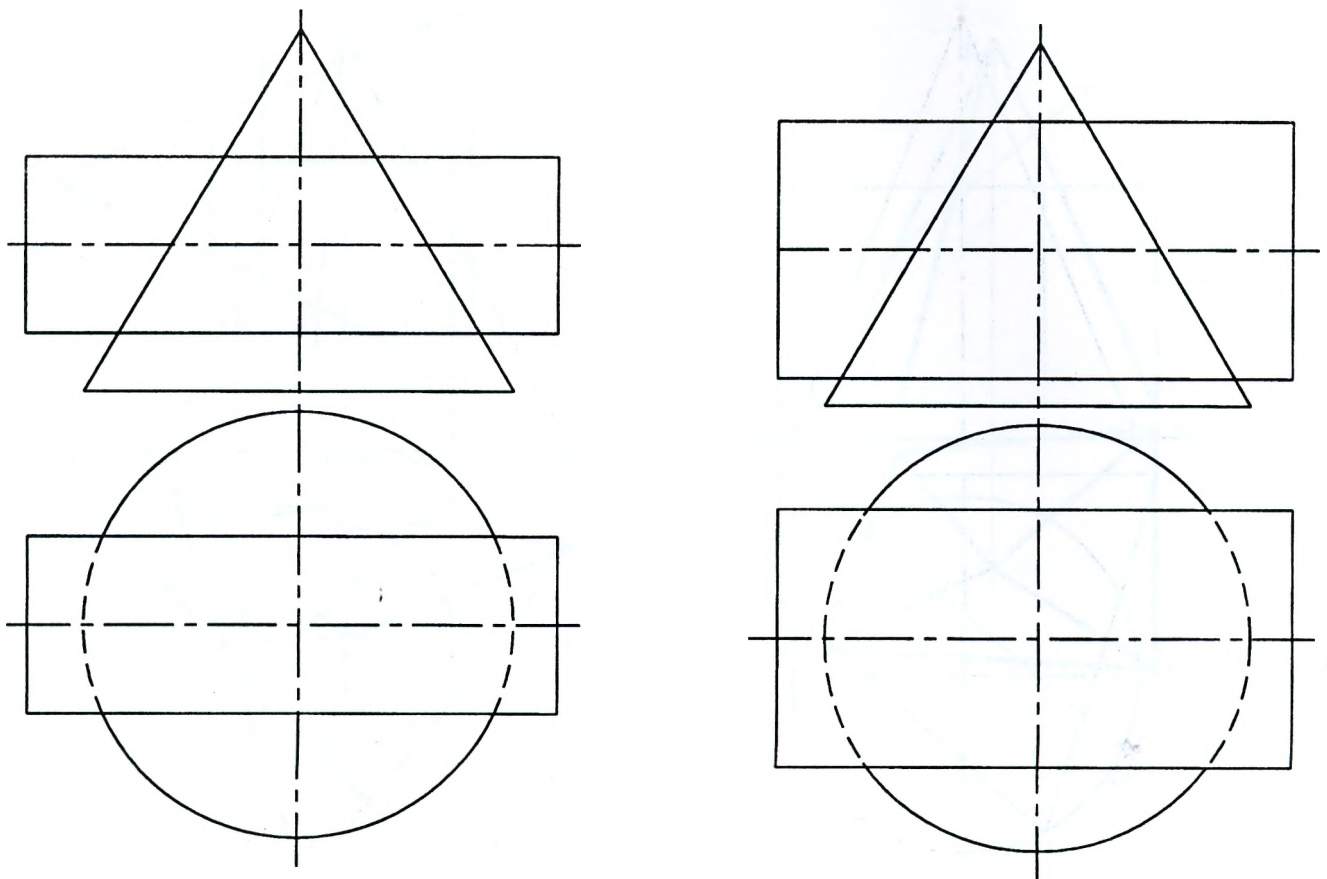
**ЗАДАЧА 1.** Построить проекции линии пересечения двух поверхностей. Определить видимость геометрических образов.



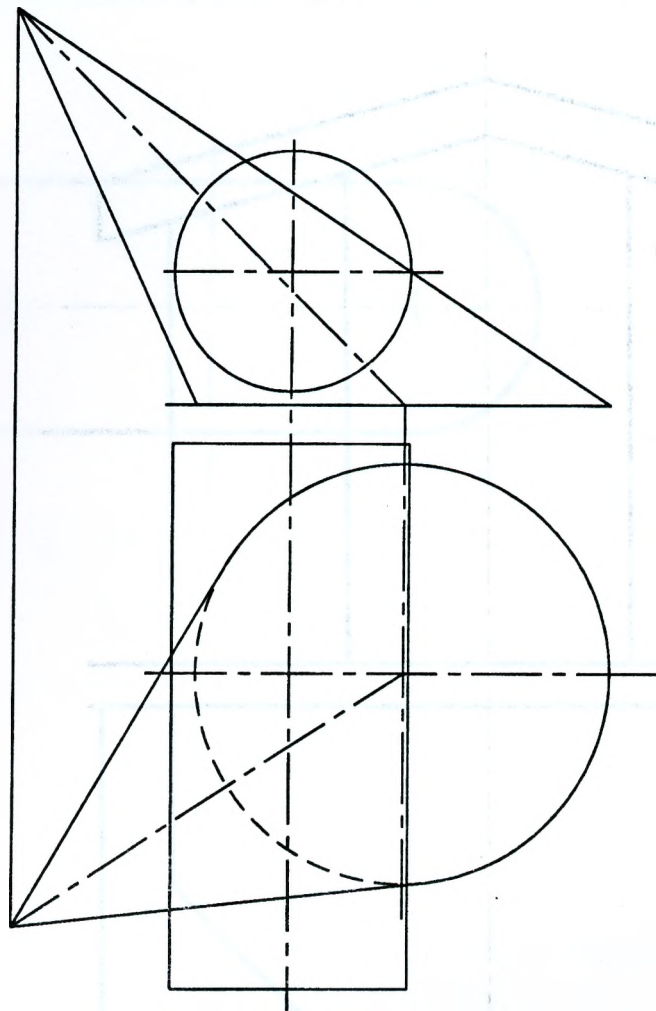
**ЗАДАЧА 2.** Построить проекции линии пересечения двух поверхностей вращения (посредник-плоскость). Определить видимость геометрических образов.



**ЗАДАЧА 3.** Построить проекции линии пересечения двух поверхностей вращения (посредник-сфера). Определить видимость геометрических образов.

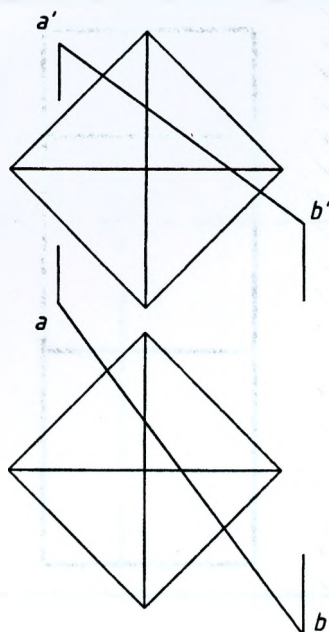


**ЗАДАЧА 4.** Построить проекции линии пересечения цилиндра и конуса. Определить видимость геометрических образов.



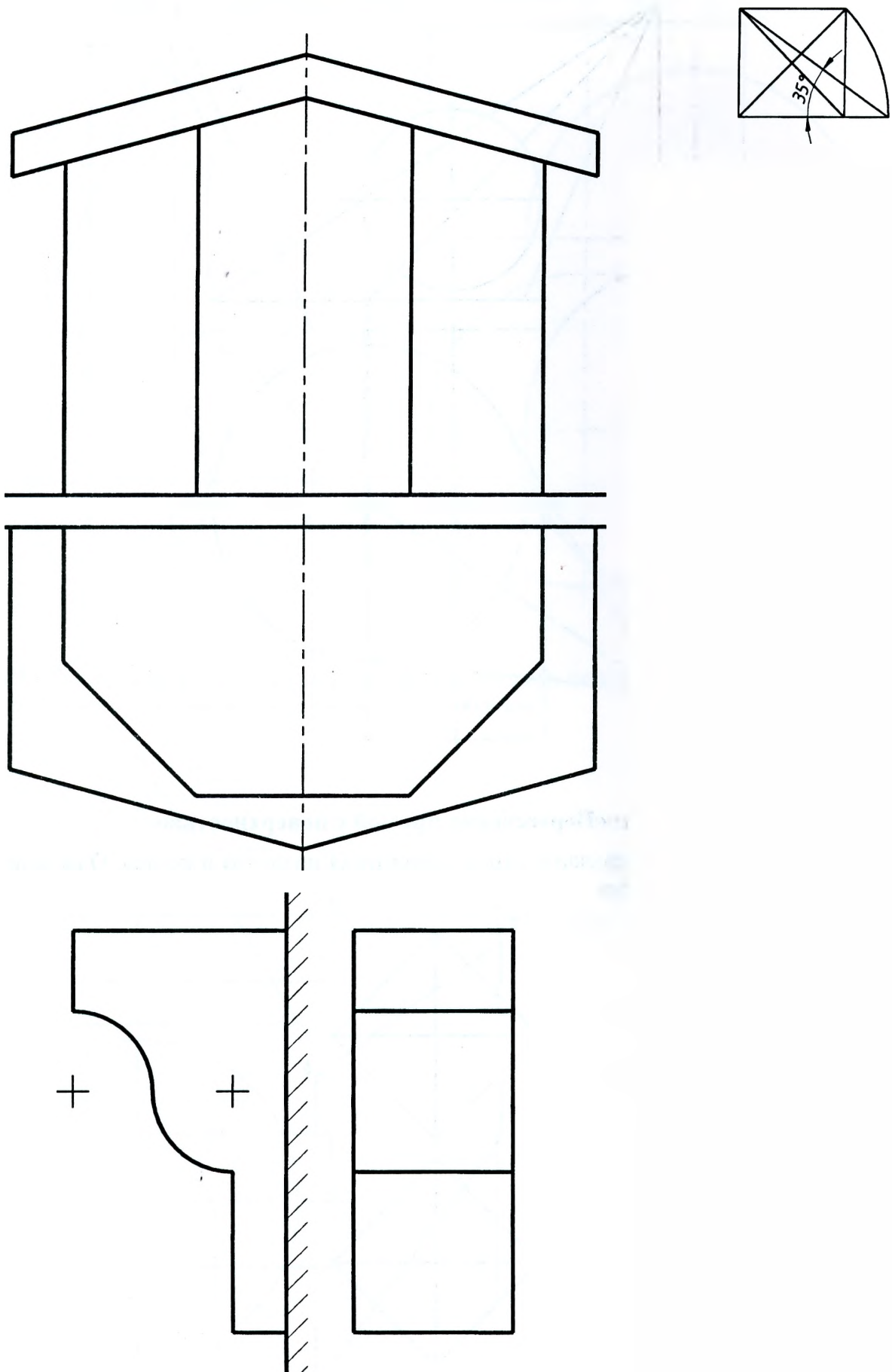
**Тема: «Пересечение прямой с поверхностью»**

**ЗАДАЧА 1.** Построить проекции линии пересечения цилиндра и конуса. Определить видимость геометрических образов.



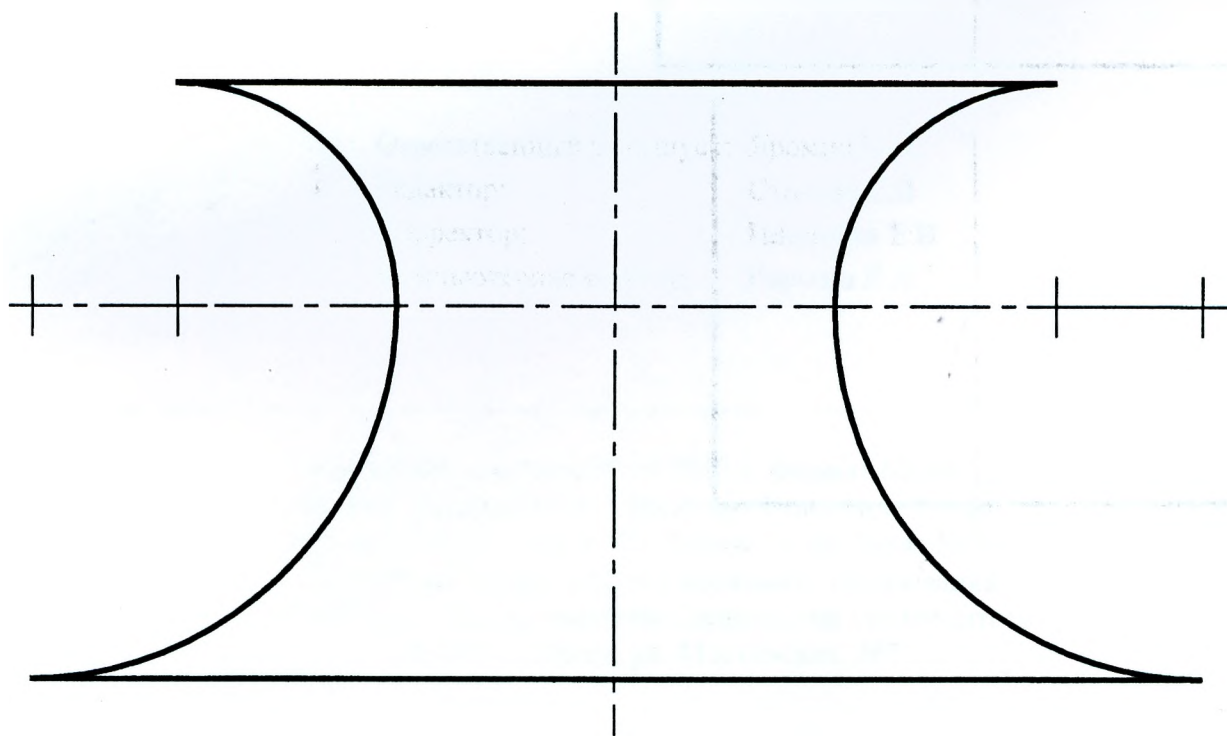
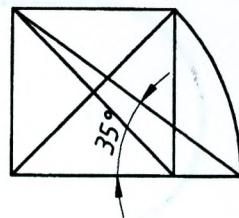
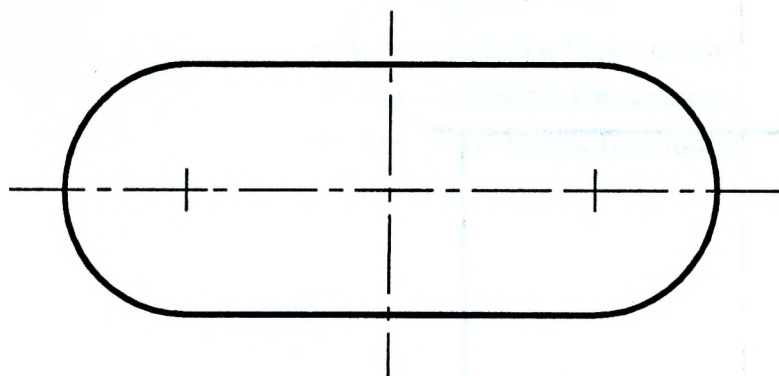
Тема: «Тени в ортогональных проекциях»

ЗАДАЧА 1. Построить собственные и падающие тени гранных поверхностей.



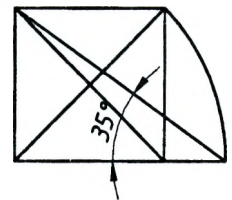
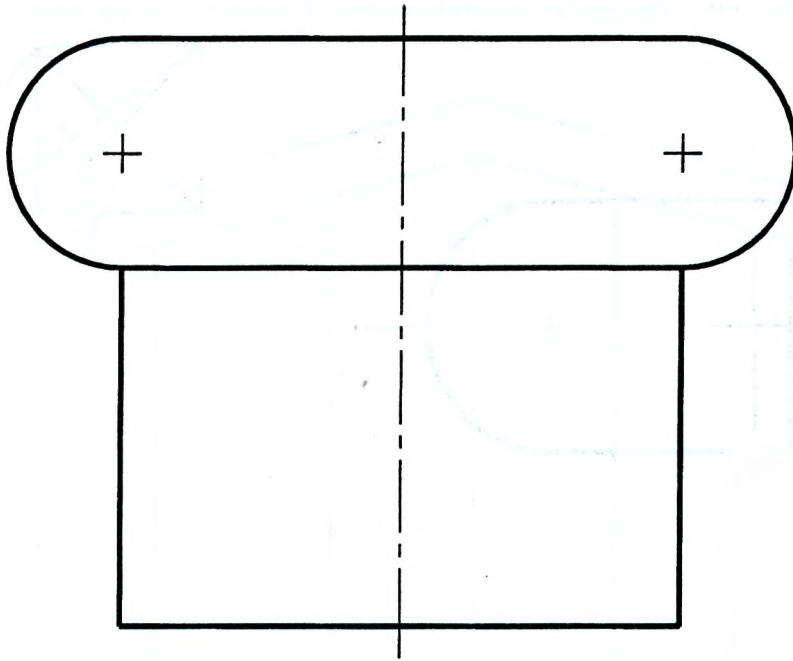


**ЗАДАЧА 2.** Построить собственные и падающие тени поверхностей вращения (полуэллипсоид и полускоции).

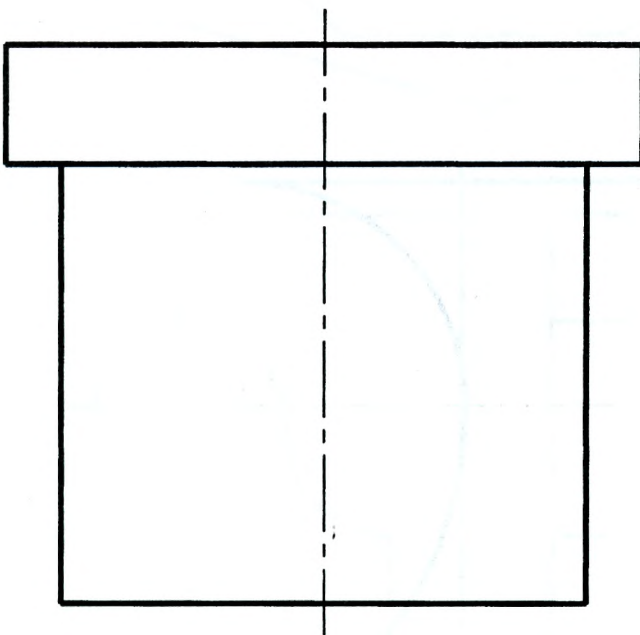


22630

ЗАДАЧА 3. Построить собственные и падающие тени полувалика и полуцилиндра.



ЗАДАЧА 4. Построить собственные и падающие тени полуцилиндрической плиты и полуцилиндрической колонны.



**УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ**

*Составители:*

**Яромич Наталья Николаевна**

**Винник Наталья Семёновна**

**Шумская Людмила Павловна**

**НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ  
КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ**

**для иностранных студентов специальности**

**1-69 01 01 «Архитектура»**

Ответственный за выпуск: Яромич Н.Н.

Редактор: Строкач Т.В.

Корректор: Никитчик Е.В.

Компьютерная вёрстка: Кармаш Е.Л.

---

Подписано к печати 29.09.2011 г. Формат 60x84 <sup>1</sup>/<sub>8</sub>.  
Бумага «Снегурочка». Гарнитура Times New Roman.  
Усл. п.л. 7,0. Уч. изд. л. 7,5. Тираж 25 экз. Заказ № 855.  
Отпечатано на ризографе учреждения образования  
«Брестский государственный технический университет».  
224017, г. Брест, ул. Московская, 267.