

упругой системы и, следовательно, на выбор соответствующего модуля деформаций  $E^*$  или  $E^-$ . То есть собственные значения зависят от знаков соответствующих собственных векторов.

Минимизация функции (2) автоматически дает ответ на вопрос, какой модуль следует применять. Поиск ответа носит итерационный характер с заранее неизвестным результатом. При этом следует понимать, что в некотором деформированном состоянии каждый элемент конструкции, каждое волокно каждого изгибаемого стержня будут иметь свои мгновенные модули деформаций в зависимости от направления деформаций.

**Заключение.** 1. Компьютерные технологии позволяют учесть нелинейно-упругие свойства материалов, характеризующие произвольной диаграммой деформирования.

2. В неупругой системе установившиеся малые колебания совершаются как в линейной системе с модулями деформации, соответствующими модулям разгрузки.

3. Наименьшая критическая нагрузка в неупругой системе соответствует форме деформаций, обладающих наименьшей отпорностью (жесткостью).

#### Список цитированных источников

1. Шалашилин, В.И. Оптимизация параметра продолжения решения уравнений нелинейного деформирования упругих систем / В.И. Шалашилин // Статика и динамика гибких систем. - М.: Наука, 1987. - С. 81-104.

2. Сидорович, Е.М. Нелинейное деформирование, статическая и динамическая устойчивость пространственных стержневых систем / Е.М. Сидорович. - Мн.: БГПА, 1999. - 200 с.

3. Пановко, Я. Г. Устойчивость и колебания упругих систем / Я.Г. Пановко, И.И. Губанова. - М.: Наука, 1979. - 384 с.

4. Безухов, Н.И. Устойчивость и динамика сооружений в примерах и задачах / Н.И. Безухов, О.В. Лузин, Н.В. Колкунов. - М.: Высшая школа, 1987. - 264 с.

УДК 624.04

## РЕЗУЛЬТАТЫ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ МОСТА ЧЕРЕЗ РЕКУ ЗАПАДНАЯ ДВИНА НА ЮГО-ЗАПАДНОМ ОБХОДЕ Г. ВИТЕБСКА НА СТАДИИ МОНТАЖА ПРОЛЕТНЫХ СТРОЕНИЙ

Босаков С.В., Караткевич С.Г., Федоров А.Г.

**Введение.** Мост через реку Западная Двина на юго-западном обходе г. Витебск (дороге II категории) был запроектирован и построен под автомобильное движение с двумя полосами проезда шириной по 3,75 м, с двумя полосами безопасности шириной по 2,0 м и двумя тротуарами шириной по 1,5 м (Габарит - Г-11,5+2×1,5).

Расчетная нагрузка - А14, НК-112 согласно СНиП 2.05.03-84' «Мосты и трубы».

Мост имеет три пролета, перекрываемых неразрезным сталежелезобетонным пролетным строением с расчетной схемой 63+126+63 м. Береговые безростверковые опоры выполнены из монолитного железобетона на основании из буронабивных свай диаметром 1,2 м. Промежуточные опоры - монолитные железобетонные на фундаментах с основанием из буронабивных свай диаметром также 1,2 м.

Пролетное строение, рассматриваемое ниже, имеет строительную высоту 3,6 м и состоит из 2-х стальных главных балок коробчатого сечения, объединенных

между собой поперечными связями и железобетонной плитой проезжей части. Коробки главных балок в поперечном сечении имеют трапециевидную форму: внутренние стенки коробок - вертикальные, наружные - наклонные при горизонтальных верхних и нижних поясах. Железобетонная плита проезжей части объединена с главными балками с помощью гибких упоров, приваренных к верхним поясам коробок, и имеет высоту 0,38 м.

Расстояние между осями коробок равно 7,3 м. Каждая коробка (ветвь) по длине состоит из 19 блоков, объединенных между собой болтосварными стыками, в которых в условиях стройплощадки сваркой были соединены верхний и нижний пояса соседних коробок, а соединение стенок выполнялось на высокопрочных болтах. При изготовлении пролетных строений были использованы стали 15 ХСНД и 10ХСНД. Пролетные строения устанавливаются на подвижные и неподвижные металлические опорные части, располагаемые на подферменниках опор.

Пролетное строение собиралось в несколько этапов. Metalлоконструкции (главные балки и связи) собирались на насыпи правобережного подхода к мосту. Установка их в проектное положение осуществлялась путем продольной надвигки. После установки металлоконструкций на опорные части выполнялось бетонирование железобетонной плиты проезда и устройство мостового полотна с асфальтобетонным покрытием.

**1. Особенности надвигки пролетных строений.** Рассматриваемые в статье вопросы касаются стадии надвигки пролетного строения, впервые выполненного в Республике Беларусь с перекрытием пролета 126 м без возведения временных опор. Надвигка осуществлялась с использованием аванбека длиной 52,5 м, представляющего собой пространственную конструкцию из двух главных металлических балок таврового сечения, соединенных системой продольных и поперечных связей. Главные балки аванбека имели переменную высоту и соединялись с вертикальными стенками коробок. У опоры № 3 было установлено приемно-поворотное устройство (ППУ), обеспечивающее прием аванбека в момент выдвинутой за опору № 2 консоли металлоконструкций длиной 117,5 м (Рис.1).

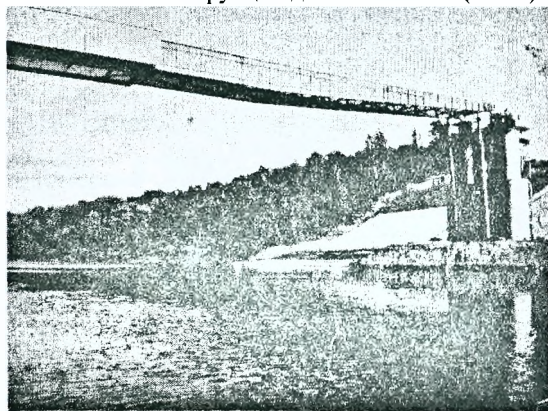


Рисунок 1 – Аванбек и приемно-поворотное устройство у опоры № 3

При надвигке пролетное строение располагалось на скользунах, перемещающихся по рельсовому пути, уложенному на насыпи подхода. На промежуточных опорах оно скользило на карточках по временным перекаточным уст-

ростам. Толкающие домкраты располагались в хвосте собранной части пролетного строения на специальной раме, удерживаемой на месте за счет анкеровки тяговыми лентами на анкерной опоре, расположенной у опоры №1 моста.

Так, при надвигке плети моста она колеблется, возникла необходимость определения амплитуд колебаний плети и анализа устойчивости этих колебаний.

При выборе расчетной модели колеблющейся плети моста на стадии надвигки принималось, что

- колебания плети являются линейными;
- опора 1 не контактирует с плетью;
- скользуны 1 и 2 с плетью контактируют;
- рассматривается наиболее опасный этап монтажа перед встречей конца аванбека с подъемно-поворотным устройством у опоры 3;
- учитываются только изгибные вертикальные деформации плети;
- частично пренебрегается геометрической нелинейностью в процессе расчета, хотя вертикальное перемещение конца аванбека в момент встречи его с ППУ приблизительно равен 4.2 м.

Принятые предпосылки позволили рассматривать колеблющуюся плеть как балку переменного сечения с тремя степенями свободы.

Численные исследования проводились для двух этапов движения плети: начало (конец) движения с ускорением (замедлением)  $a = \frac{2F}{\sum M}$  в течение

промежутка времени  $t_1 = \frac{v}{a}$  и равномерное движение с постоянной скоростью  $v$ ,

где  $F$  – горизонтальное усилие в одном домкрате и  $\sum M$  – суммарная масса колеблющихся масс. Причем за начальные условия для второго этапа расчета принимались конечные значения прогибов и скоростей масс в конце первого этапа.

#### Этап 1. Начало движения (переходный процесс).

Задаемся уравнением колебаний балки относительно деформированной оси в виде полинома пятой степени (Рис. 2)

$$Z(x, t) = \frac{x}{L_{30}} \left( 1 - \frac{x}{L_{30}} \right) \left( A_0(t) + \frac{x}{L_{30}} A_1(t) + \frac{x^2}{L_{30}^2} A_2(t) \right), \quad (1)$$

где  $A_i(t)$  – неопределенные коэффициенты, зависящие от времени  $i = 0, 1, 2$ .

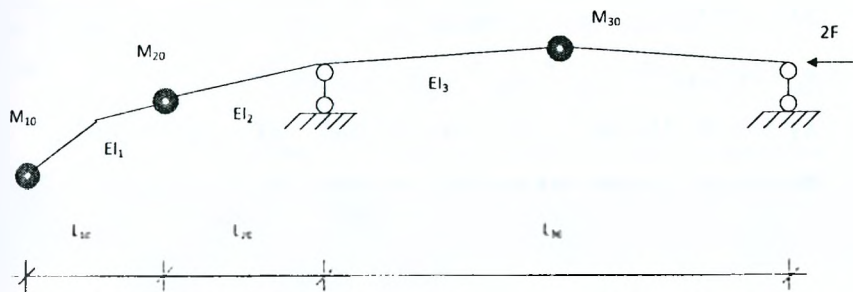


Рисунок 2 – Расчетная модель плети на этапе переходного периода

Находим потенциальную энергию изгиба плиты при задании прогибов в форме (1)

$$U = \frac{EI_1}{2} \int_{L_{10}-L_{20}}^{L_{20}} \left( \frac{d^2 Z}{dx^2} \right)^2 dx + \frac{EI_2}{2} \int_{L_{20}}^0 \left( \frac{d^2 Z}{dx^2} \right)^2 dx + \frac{EI_3}{2} \int_0^{L_{30}} \left( \frac{d^2 Z}{dx^2} \right)^2 dx \quad (2)$$

Тогда сила упругости балки, приложенная к каждой из трех колеблющихся масс определится

$$R_1 = \frac{\partial U}{\partial Z_1}; \quad R_2 = \frac{\partial U}{\partial Z_2}; \quad R_3 = \frac{\partial U}{\partial Z_3} \quad (3)$$

Система линейных дифференциальных уравнений для решения поставленной задачи запишется в следующем виде

$$\begin{cases} M_{10} \frac{d^2 Z_1}{dt^2} + R_1 = 0 \\ M_{20} \frac{d^2 Z_2}{dt^2} + R_2 = 0 \\ M_{30} \frac{d^2 Z_3}{dt^2} + R_3 = 0 \end{cases} \quad (4)$$

Начальные условия для каждой массы принимались следующими

$$t = 0 \quad Z_i = \sum_{k=1}^3 M_{k0} a \delta_{ik}, \quad \frac{dZ_i}{dt} = 0, \quad (5)$$

где  $\delta_{ik}$  – вертикальное перемещение массы  $M_{i0}$  от действия горизонтальной единичной силы, приложенной к массе с номером  $k$ . Определяются обычными методами строительной механики [1].

Принятые при расчете исходные данные:

$$M_{10} = 23300 \text{ кг}, \quad M_{20} = (34950 + L_{20} \times 2165) \text{ кг}, \quad M_{30} = 5400 \times \frac{L_{30}}{2} \text{ кг}$$

$$L_{10} = 52.5 \text{ м}, \quad L_{20} = 65 \text{ м}, \quad L_{30} = 130.55 \text{ м}$$

$$EI_1 = 9.28 \times 10^7 \text{ Нм}^2, \quad EI_2 = 16 \times 10^{10} \text{ Нм}^2, \quad EI_3 = 34 \times 10^{10} \text{ Нм}^2,$$

Результаты расчетов для прогиба и скорости конца аванбека при переходном процессе приведены на рис. 3, 4. Авторы ограничились только двумя рисунками для наиболее опасного места колеблющейся плиты, так как для мест расположения остальных двух масс прогибы значительно меньше.

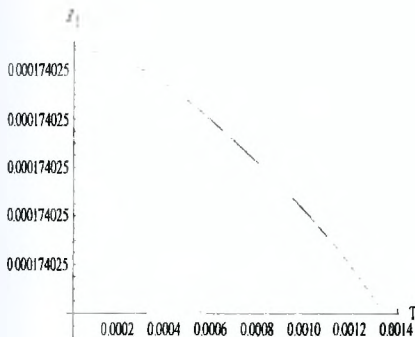


Рисунок 3 – Прогибы конца аванбека в конце переходного периода

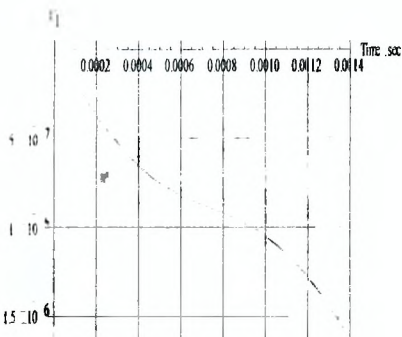


Рисунок 4 – Скорость конца аванбека в конце переходного периода

### Этап 2. Равномерное движение плети со скоростью $v$

Рассматриваемый вид колебаний плети следует относить к параметрическим [2,3], так как в процессе колебаний меняются величины масс  $M_2$  и  $M_3$  и также вылет консоли  $L_2$  и пролет  $L_3$ , что приводит к разрешающей системе дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами. Эти коэффициенты не следует считать периодическими, так как время действия домкратов до перепасовки тяговых лент ориентировочно на два порядка больше основной частоты собственных колебаний плети.

В этом случае последовательность расчета остается прежней, но в уравнениях для переходного процесса (4) необходимо принять

$$l_1 = L_{10}; \quad L_2 = L_{20} + vt; \quad L_3 = L_{30} - vt$$

$$Z(x, t) = \frac{x}{L_3} \left( 1 - \frac{x}{L_3} \right) \left( A_0(t) + \frac{x}{L_3} A_1(t) + \frac{x^2}{L_3^2} A_2(t) \right)$$

$$U = \frac{EI_1}{2} \int_{l_1-l_2}^{l_2} \left( \frac{d^2 Z}{dx^2} \right)^2 dx + \frac{EI_2}{2} \int_{L_2}^0 \left( \frac{d^2 Z}{dx^2} \right)^2 dx + \frac{EI_3}{2} \int_0^{l_3} \left( \frac{d^2 Z}{dx^2} \right)^2 dx$$

$$M_1 = M_{10}; \quad M_2 = M_{20} + 4330 vt; \quad M_3 = M_{30} - 5400 vt; \quad v = 0.005$$

Начальными условиями для этапа равномерного движения являются, как отмечалось выше, конечные значения прогибов и скоростей в конце переходного процесса. На рис.5, 6, 7 приведены полученные с помощью пакета компьютерной математики [4] графики колебаний каждой массы при равномерном движении плети со скоростью  $v = 0.005$  м/сек.

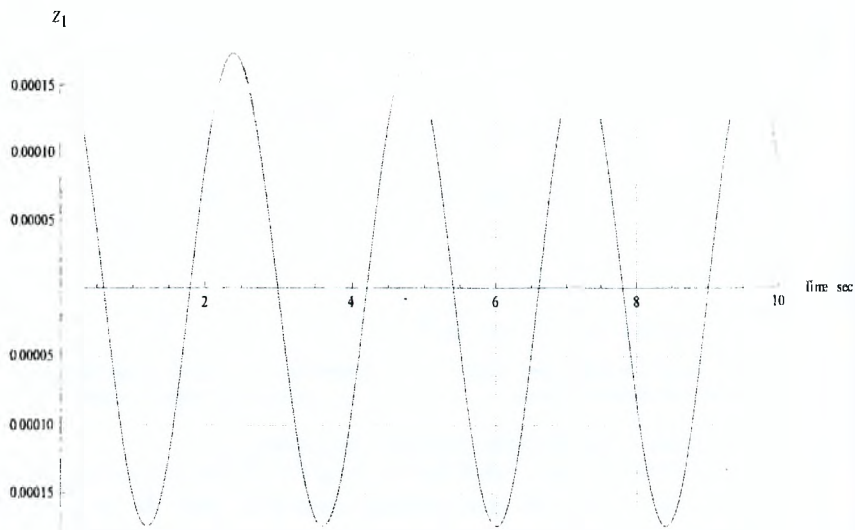


Рисунок 5 - График вертикальных колебаний массы  $M_1$  на конце аванбека при равномерном движении плети

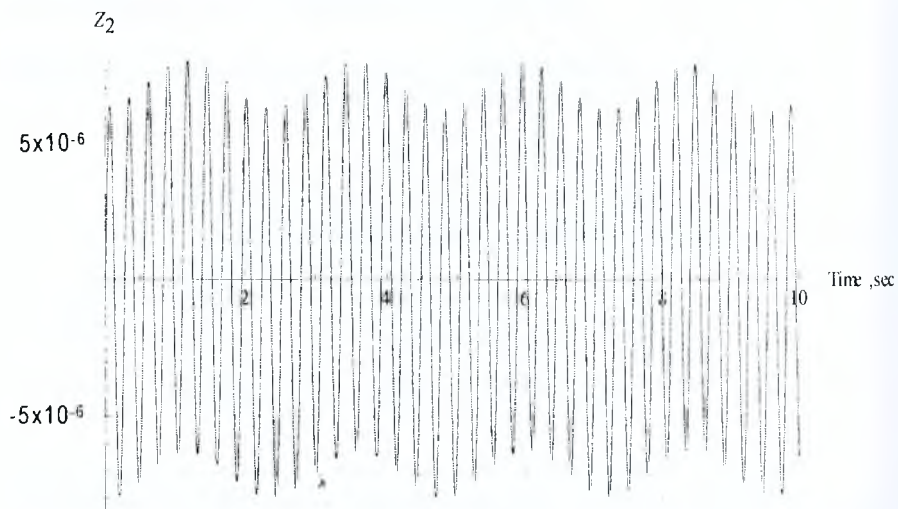


Рисунок 6 - График вертикальных колебаний массы  $M_2$  при равномерном движении плети



Рисунок 7 – График вертикальных колебаний массы  $M_3$  при равномерном движении плети

**Выводы.** Вертикальные (изгибные) колебания конца аванбека в момент встречи с ППУ происходят с амплитудой 0.000173 м и периодом  $T=2.4$  сек. Эти данные выполненных теоретических расчетов подтвердились проведенными геодезическими измерениями сотрудников БелДорНИИ во время монтажа моста. По их данным, основной причиной, влияющей на величину амплитуды изгибных вертикальных колебаний плети, является скорость ветра. Причем при равномерном движении плети и скорости ветра 2-3 м/сек конец аванбека колеблется с размахом 5-6 мм, а при скорости ветра 5 м/сек размах равен 10мм. Поэтому устойчивость колебаний плети на стадиях переходных процессов и равномерного движения со скоростью  $v=0.005$  м/сек обеспечена на всех стадиях монтажа моста.

#### Список цитированных источников

1. Рабинович, И.М. Курс строительной механики. – Статически неопределимые системы. – М.: Госстройиздат, 1954. – Ч. II. – 544 с.
2. Нановко, Я.Г., Губанова И.И. Устойчивость и колебания упругих систем. Современные концепции, парадоксы, ошибки. – М.: Наука, 1979. – 384 с.
3. Вибрации в технике: под редакцией В.В. Болотина. – М.: Машиностроение, 1978. – Т. 1. – 362 с.
4. Кулешов, А. А. Уравнения математической физики в системе Mathematica. – Мн.: БГУ, 2004. – 294 с.

УДК 539.3

## НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ТРЕХСЛОЙНЫХ ПЛАСТИН С УЧЕТОМ НЕЛИНЕЙНЫХ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛОВ

Яровая А. В.

**Введение.** Слоистые элементы конструкций в настоящее время широко применяются в строительстве. Наружные несущие слои трехслойного пакета выполнены из материалов высокой прочности и жесткости и предназначены для восприятия основной части механической нагрузки. Заполнитель служит