

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СХЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

**Введение** Среди факторов, определяющих качество разработки схемы, особенно прикладной ее составляющей, численное вычисление электромагнитных полей постепенно становится стандартом. Конструирование преобразователей и электрических машин традиционно проводится отдельно, но требования к совместимости с управляющим оборудованием налагают отпечаток на технологию проектирования.

В настоящее время для вычисления параметров электромагнитного поля используется метод конечных элементов (МКЭ). Модели преобразователя, как правило, состоят из относительно простых электрических цепей и системы управления различной сложности.

### 1. Описание модели для компьютерной математической системы

Рассмотрим линейную интерполяцию одной переменной (рис. 1) [1-2].

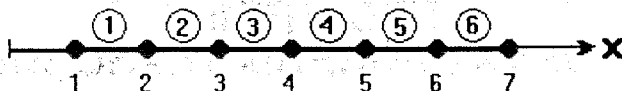


Рисунок 1

$$x_{node} := (1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7)^T \quad n_{el} := 6$$

Предположим, что точное решение для переменной поля

$$\psi(x) := 7 \cdot \sin(1.5 \cdot x) + 8$$

и переменным поля в каждом узле соответствует точное решение:

$$i := 1..rows(x_{node}) \quad \psi_e := \psi(x_{node}_i)$$

$$\psi_e^T = (14.982 \ 8.988 \ 1.157 \ 6.044 \ 14.566 \ 10.885 \ 1.842)$$

Используя линейные функции формы, N1 и N2, для переменных поля в области поиска решения все элементы могут быть аппроксимированы в кусочно-линейном виде.

$$N_1(x, x_1, x_2) := \frac{x - x_2}{x_1 - x_2} \quad N_2(x, x_1, x_2) := \frac{x_1 - x}{x_1 - x_2}$$

Определим переменную  $x$  на каждом элементе

$$n := 25 \quad j := 1..n_{el}$$

$$\begin{pmatrix} x_{j,1} \\ x_{j,n+2} \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} x_{node}_j \\ x_{node}_{j+1} \end{pmatrix} \quad k := 2..n+1$$

$$\Delta_j := \frac{x_{node}_{j+1} - x_{node}_j}{(n-1)} \quad x_{j,k} := x_{node}_j + \Delta_j \cdot (k-2)$$

Вариация переменной поля:

$$\phi_{j,k} := N_1(x_{j,k}, x_{node_j}, x_{node_{j+1}}) \phi_{e_j} \dots + N_2(x_{j,k}, x_{node_j}, x_{node_{j+1}}) \phi_{e_{j+1}}$$

$$\begin{pmatrix} \phi_{j,1} \\ \phi_{j,n+2} \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$k := 1 \dots n+2$$

На рис. 2 непрерывной линией показана аппроксимация, пунктиром – точное значение функции, квадратиками выделены значения в узлах.

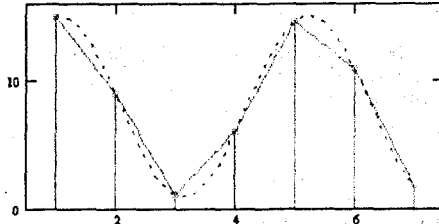


Рисунок 2

## 2 Шаги конечно-элементного процесса

Данный процесс включает выбор функции интерполяции, сборку матриц жесткости и решение для переменных поля в каждом узле. Акцент дан областям структурного анализа и краевых задач. Кроме того, обобщенный код конечного элемента представлен для приложений за пределами области структурного анализа.

Выполняется обзор фундаментальных понятий линейной эластичности и разрабатывается код конечного элемента для плоско-напряженной задачи. Используется принцип минимума потенциальной энергии.

Проводится одно- и двумерная интерполяция.

Отображаются конечные элементы, используя плосконапряженные изопараметрические элементы.

Обобщается с использованием метода взвешенных невязок задача структурного анализа.

В результате получается код конечного элемента для двумерной линейной краевой задачи.

Отображение квадратичных элементов. Изменяя координаты 3 узлов на рис. 3, можно получить отрицательный якобиан, и, следовательно, серьезное искажение.

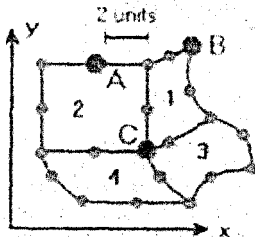


Рисунок 3

Используется следующая матрица узлов для расположения узлов.

$$Nodes = \begin{pmatrix} 3 & 5.5 & 8 & 9 & 11 & 1.5 & 6.5 & 10.5 & 1 & 3.5 & C_1 & 7 & 9 & 1 & 6 & 8 & 1 & A_1 & 6 & 7 & B_1 \\ 1 & 1 & 1 & 2.5 & 3 & 2.5 & 2.5 & 5 & 4 & 4 & C_2 & 4.5 & 6 & 6.5 & 6.5 & 7.5 & 9 & A_2 & 9 & 9.5 & B_2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 & 18 & 19 & 20 & 21 \end{pmatrix}$$

Создаем код конечного элемента

1. Определяем матрицу элементов и их координат

$$\begin{pmatrix} n_{ei} \\ nn_{pe} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} rows(Top) \\ cols(Top) \end{pmatrix}$$

$$ie = 1..n_{ei}$$

$$j = 1..nn_{pe}$$

$$\begin{pmatrix} X_{n_{i,j}} \\ Y_{n_{i,j}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Nodes_{1,(Top_{i,j})} \\ Nodes_{2,(Top_{i,j})} \end{pmatrix}$$

2. Функция формы и ее производная для квадратичного элемента

3. Определяем следующие функции

Параметрического отображения

$$X(\xi, \eta, x_n) = N(\xi, \eta) \cdot x_n$$

$$Y(\xi, \eta, y_n) = N(\xi, \eta) \cdot y_n$$

Матрицу Якобиана

$$J(\xi, \eta, x_n, y_n) = \begin{pmatrix} dNd\xi(\xi, \eta) \cdot x_n & dNd\xi(\xi, \eta) \cdot y_n \\ dNd\eta(\xi, \eta) \cdot x_n & dNd\eta(\xi, \eta) \cdot y_n \end{pmatrix}$$

Детерминант Якобиана

$$\det J(\xi, \eta, ie) = |J(\xi, \eta, X_n^{<ie>}, Y_n^{<ie>})|$$

4. Определяем сетку элементов в  $(\xi, \eta)$  системе координат

5. Отображаем исходный элемент в декартовых координатах, используя узлы элемента ie (рис.6).

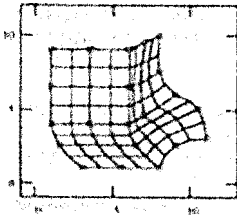


Рисунок 6

6. Вычисляем детерминант матрицы Якобиана для каждого окружения сетки каждого элемента.

$$ii = 1..n_{iw}$$

$$jj = 1..n_{jw}$$

$$\det J_{ii+ij(i \leq 2, (ie-1)(n_{iw}+1), (ie-3)(n_{iw}+1)), jj+ij(i \leq 2, 0, n_{jw}+1)} = \det J(isocurve_{ii}, isocurve_{jj}, ie)$$

**Заключение.** Использование метода конечных элементов особенно актуально в больших приводах с переменной частотой вращения генераторов, таких как электрические машины и конвертеры, здесь необходимы индивидуальные решения для обеспечения совместимости и гарантии наилучшей производительности для прикладной системы.

В этих рамках типичный двигатель или генератор может быть смоделирован с высокой точностью на базе двумерного МКЭ совместно со схемой уравнений для обмоток. Цепи конвертора обычно содержат несколько пассивных элементов цепи, таких как индуктивности и конденсаторы, и также переключательные компоненты, которые моделируются как идеальные переключатели. Системы управления, с другой стороны, в наше время основаны на сложных оценках и петли обратной связи, и они, как правило, реализуются цифровыми сигналами процессорами. Возможно моделирование системы управления на базе таких систем, как SIMULINK.

#### Список цитированных источников

1. Зенкевич, О. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1986. – С. 247.
2. Mathcad 6.0 Руководство пользователя. – М.: Мир, 1996. – С. 658.