

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
“БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ”
Кафедра автоматизации технологических процессов и производств

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

по выполнению электротехнических расчетов
с примерами решения типовых задач
для студентов неэлектротехнических специальностей
дневной и заочной форм обучения

Часть 1

УДК 621.313(076.1)

Методические рекомендации по выполнению электротехнических расчетов с примерами решения типовых задач для студентов неэлектротехнических специальностей очной и заочной форм обучения в двух частях. Часть 1. Электрические цепи.

В пособии кратко изложены основные теоретические вопросы, сопровождаемые конкретными примерами типовых расчетов по разделу «Электрические цепи» электротехнических дисциплин для неэлектротехнических специальностей вузов. Содержание изложенного в пособии материала соответствует действующим программам и предназначено для использования студентами (очной и заочной форм обучения) при самостоятельном выполнении типовых электротехнических расчетов, предусмотренных заданиями контрольных и расчетно-графических работ.

Составители: И.М. Панасюк, ст. преподаватель,
А.И. Пекун, ст. преподаватель.

ОГЛАВЛЕНИЕ

	стр.
Введение.....	4
Общие указания и требования к решению и оформлению задач.....	4
1. Основные понятия теории электрических цепей.....	4
2. Методы расчета и анализа линейных электрических цепей.....	8
3. Примеры расчета и анализа сложных электрических цепей постоянного тока.....	11
4. Основные положения и методы расчета однофазных электрических цепей синусоидального тока.....	20
5. Примеры расчета и анализа сложных электрических цепей синусоидального тока.....	28
6. Основные положения и особенности расчета и анализа режимов работы трехфазных цепей.....	40
7. Примеры расчета и анализа трехфазных цепей.....	44
Список рекомендуемой литературы.....	57

ВВЕДЕНИЕ

Одним из основных видов учебной работы студента при изучении дисциплины является самостоятельная работа с литературой и закрепление теоретических знаний посредством решения конкретных практических задач.

Настоящее пособие предназначено для студентов неэлектротехнических специальностей очной и заочной форм обучения. Задача пособия – оказание методической помощи студенту в выполнении расчетно-графических (РГР) и контрольных работ (КР) при изучении курсов “Электротехника”, “Электротехника и основы электроники”, “Электротехника, электрические машины и аппараты”.

Пособие содержит краткие теоретические сведения, методические указания и примеры решения задач, предусмотренных действующими программами вышеперечисленных дисциплин.

Общие указания и требования к решению и оформлению задач

При выполнении и оформлении задач рекомендуется руководствоваться следующими положениями:

- Прежде, чем приступить к выполнению задания, необходимо изучить теоретический материал соответствующего раздела дисциплины, рекомендуемый в методических указаниях (МУ) к заданию.
- После внимательного прочтения условия задачи записать исходные данные своего варианта и приступить к выполнению задания в последовательности, требуемой МУ.
- Текст решения следует разборчиво записывать на пронумерованных сторонах листов, обратные стороны предназначены для вынесения студентом допущенных и исправлений допущенных ошибок, для замечаний преподавателя на каждой странице оставлять справа поле шириной 3 см.
- В решениях, где это требуется, необходимо приводить чертежи, графики, диаграммы и схемы, выполненные чертежным инструментом в соответствующих масштабах и с соблюдением ГОСТов.
- В решениях следует приводить расчетные формулы, сопровождая их подробными пояснениями и ссылками на используемую литературу. Вывод формул, имеющих в используемой литературе, приводить не обязательно. Не следует также загромождать решение приведением всех алгебраических преобразований. В случае выполнения математических расчетов на персональном компьютере (ПК), в приложениях к заданию следует привести распечатку машинного решения задачи.
- Все результаты вычислений должны быть записаны с точностью до четырех значащих цифр и указанием единицы измерения величины.
- В конце решения задачи следует привести результаты расчетов в виде таблицы.

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Электрическая цепь – совокупность различных электротехнических устройств, соединенных между собой проводниками. Простейшая электрическая цепь состоит из соединенных между собой проводниками источников и приемников электрической энергии, являющимися *основными* ее элементами. *Источники* - устройства, в которых любой вид энергии (химическая, механическая, тепловая, и т.д.) преобразуется в электрическую.

Источниками энергии являются аккумуляторы, генераторы, термоэлементы, и т.д. *Приемники* – устройства, в которых электрическая энергия преобразуется в энергию другого вида (механическую, тепловую, химическую и т.д.). Приемниками являются электродвигатели, электронагреватели, гальванические элементы и т.д.

Электрическая цепь, кроме основных элементов, может содержать также *вспомогательные* элементы:

- *коммутационные устройства* (выключатели, переключатели, рубильники, контакторы и т.п.), предназначенные для выполнения в цепи включений, выключений, переключений и т.д.;
- *защитные устройства* (предохранители, тепловые реле, разделительные трансформаторы и т.п.), предназначенные для создания безопасных условий работы электротехнических установок и обслуживающего их персонала;
- *контрольно-измерительную аппаратуру* (амперметры, вольтметры, ваттметры и т.п.), предназначенную для получения информации о тех или иных параметрах электротехнической установки.

Электрические цепи принято представлять в виде графических изображений основных и вспомогательных элементов и их соединений, называемых *электрическими схемами*. Чаще всего пользуются следующими видами схем:

- *замещения*, представляющие расчетную схему электрической цепи, на которой реальные элементы заменяются идеализированными моделями, при этом исключаются все вспомогательные элементы, не влияющие на результаты расчета;
- *принципиальные*, показывающие условные графические изображения элементов и соединения между ними. Ими пользуются при изучении и анализе работы электрических устройств.

Электрические цепи разделяют на цепи *постоянного* и *переменного* тока. Цепи, у которых электрическое сопротивление каждого участка не зависит от значений и направлений тока и напряжения, принято называть *линейными*. Процессы в этих цепях описываются линейными алгебраическими (при постоянном токе) и дифференциальными (при переменном токе) уравнениями.

Участок электрической цепи, содержащий источник электрической энергии, называют *активным*, не содержащий – *пассивным*. Участки и элементы в электрической цепи могут быть соединены различными способами (последовательно, параллельно, смешанно и т.д.). Электрические цепи, все элементы которых соединены последовательно (во всех элементах протекает один и тот же ток), называют *неразветвленными*. Цепи, имеющие разветвления, в дальнейшем будем называть *сложными*. В электрических цепях различают следующие топологические понятия:

- *узел* – место (точка) присоединения зажимов трех и более ветвей;
- *ветвь* – часть цепи с последовательным соединением элементов, включенная между двумя узлами;
- *путь* – последовательное соединение ветвей, связывающих два заданных узла;
- *контур* – часть электрической цепи, представляющая собой замкнутый путь.

При наличии на зажимах источника энергии разности потенциалов (напряжения) в замкнутой электрической цепи протекает электрический ток.

Электрический ток – направленное движение заряженных частиц (электронов, ионов и т.д.) под действием электрического поля. Значение тока i определяется количеством электрического заряда q , переносимого через поперечное сечение проводника в единицу времени:

$$i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}, \quad (1.1)$$

т.е. ток численно равен скорости изменения электрического заряда во времени. Несмотря на то, что за направление тока принимают направление перемещения положительных зарядов, в электротехнике до начала расчета и анализа цепи условное (положительное) направление тока выбирают (как правило) произвольно, указывая его на схеме стрелкой. В результате расчета, если полученное значение тока положительно, то условно выбранное направление совпадает с истинным.

Разность потенциалов или *напряжение* u – энергия W , затрачиваемая на перемещение единицы заряда q из одной точки электрической цепи (поля) в другую.

$$u = \varphi_A - \varphi_B = \frac{W}{q}. \quad (1.2)$$

Направление напряжения на пассивных элементах (приемниках) совпадает с направлением тока.

Распределение потенциала вдоль неразветвленной электрической цепи (контура) наглядно изображается графиком, называемым *потенциальной диаграммой*. Эта диаграмма представляет собой график в прямоугольной системе координат, по оси абсцисс которой откладывают сопротивления вдоль рассматриваемого контура, начиная с какой-либо произвольной точки (потенциал которой принимается равным нулю), и по оси ординат – соответствующие потенциалы. Каждой точке рассматриваемого контура однозначно соответствует своя точка на потенциальной диаграмме.

Величина, характеризующая противодействие проводящей среды движению электрических зарядов (электрическому току), называется *сопротивлением* R .

Величина обратная сопротивлению $G = 1/R$, называется *проводимостью*.

Вышеперечисленные величины связывает между собой один из основных законов электротехники – закон Ома:

$$I = \frac{U}{R} \text{ или } I = U \cdot G, \quad (1.3)$$

согласно которому, *сила тока в участке электрической цепи прямо пропорциональна разности потенциалов (напряжению) на его зажимах и обратно пропорциональна сопротивлению этого участка*. Это формулировка закона Ома для участка цепи.

Закон Ома может быть применен и для замкнутой цепи с сопротивлением R , содержащей источник Э.Д.С. E с внутренним сопротивлением R_0 :

$$I = \frac{E}{R + R_0}, \quad (1.4)$$

т.е., *сила тока в замкнутой электрической цепи прямо пропорциональна Э.Д.С. источника, действующего в этой цепи, и обратно пропорциональна ее полному сопротивлению*.

На основании многочисленных опытов немецким физиком Г. Кирхгофом были установлены еще два закона (иногда их называют правилами), являющиеся следствием закона сохранения энергии. Эти законы полностью определяют электрическое состояние цепей и являются основными при их расчете и анализе.

Первый закон Кирхгофа:

$$\sum_{k=1}^n i_k = 0, \quad (1.5)$$

т.е. алгебраическая сумма мгновенных значений токов в ветвях, присоединенных к рассматриваемому узлу электрической цепи равна нулю (где n – число ветвей, присоединенных к рассматриваемому узлу). Иначе в любом узле электрической цепи сумма токов, направленных к узлу, равна сумме токов, направленных от узла. *Второй закон Кирхгофа:*

$$\sum_{k=1}^m e_k = \sum_{k=1}^n u_k, \quad (1.6)$$

т.е. алгебраическая сумма мгновенных значений Э.Д.С., действующих в контуре электрической цепи, равна алгебраической сумме мгновенных значений напряжений на элементах этого контура (где m – число источников Э.Д.С. в рассматриваемом контуре, n – число элементов, входящих в состав этого контура).

Примечание. В уравнение (1.6) со знаком плюс записываются Э.Д.С. и напряжения, направления которых совпадают с выбранным условно положительным направлением обхода контура.

В замкнутой электрической цепи под действием Э.Д.С. источника непрерывно происходит движение электрических зарядов. *Работа* A , совершаемая при перемещении положительного заряда q вдоль некоторого неразветвленного участка электрической цепи, не содержащего источников электрической энергии, из точки A в точку B , прямо пропорциональна величине заряда q и напряжению U_{AB} между зажимами этого участка:

$$A = q \cdot U_{AB}. \quad (1.7)$$

При равномерном движении заряда в течение времени t , т.е. постоянном токе I , заряд:

$$q = I \cdot t. \quad (1.8)$$

Следовательно произведенная при этом работа:

$$A = U_{AB} \cdot I \cdot t. \quad (1.9)$$

Для оценки энергетических условий работы электрической цепи полезно знать, насколько быстро совершается эта работа. Скорость выполнения работы определяет *мощность*:

$$P = \frac{A}{t} = U_{AB} \cdot I \quad (1.10)$$

или для резистивного элемента с сопротивлением R :

$$P = R \cdot I^2 = \frac{I^2}{G} = \frac{U^2}{R} = U^2 \cdot G. \quad (1.11)$$

Важно то обстоятельство, что одну и ту же мощность можно получить как при низком, так и при высоком напряжении. Например, для последовательной цепи передачи электрической энергии, состоящей из идеального источника с Э.Д.С., равной E , проводной линии передачи с сопротивлением $R_{л}$ и нагрузки (потребителя энергии) с сопротивлением $R_{н}$, согласно второму закону Кирхгофа:

$$R_{л} \cdot I + R_{н} \cdot I = R_{л} \cdot I + U_{н} = E = U, \quad (1.12)$$

где $U_{н}$ – напряжение на нагрузке, U – напряжение на зажимах источника.

Умножив все слагаемые последнего уравнения на ток I , получим уравнение распределения мощности в этой цепи:

$$R_{л} \cdot I^2 + U_{н} \cdot I = U \cdot I, \quad (1.13)$$

где $R_{л}I^2$ – мощность потерь (на нагрев) в проводах линии передачи; $U_{н}I$ – мощность нагрузки; $UI = EI$ – мощность источника.

Если, не изменяя мощности приемника, увеличить в 2 раза напряжение на приемнике, увеличив его сопротивление в 4 раза, выбрав источник с большей Э.Д.С., то ток в цепи уменьшится в 2 раза, что вызовет уменьшение мощности потерь в проводах линии передачи в 4 раза. Следовательно, для уменьшения потерь энергии в линиях передачи выгодно передавать электроэнергию по возможности при более высоком напряжении.

В любой энергетической системе должен соблюдаться закон сохранения энергии. В частности, в электрических цепях это подтверждается балансом мощностей:

$$\sum P_{ист} = \sum P_{пот}, \quad (1.14)$$

т.е., алгебраическая сумма мощностей всех источников энергии равна алгебраической сумме мощностей всех потребителей энергии.

Примечание. Мощность источника следует считать положительной и записывать в уравнение баланса мощностей со знаком плюс, если направление тока в ветви с этим источником совпадает с направлением Э.Д.С.

2. МЕТОДЫ РАСЧЕТА И АНАЛИЗА ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Общая задача анализа электрической цепи состоит в том, что в известной схеме цепи с заданными параметрами (Э.Д.С. и сопротивлениями) необходимо рассчитать токи, мощности и напряжения на отдельных участках.

Основными законами для расчета и анализа электрических цепей наряду с законом Ома являются законы Кирхгофа, пользуясь которыми, можно найти распределение токов и напряжений на всех участках сколь угодно сложной цепи.

2.1. Метод применения законов Кирхгофа (МЗК).

Этот метод применим к расчету и анализу режима работы любой электрической цепи. Однако в практике расчетов в цепях их чаще всего применяют для определения токов в ветвях сложных цепей с несколькими источниками.

Порядок расчета:

- Выбирают (произвольно) условно положительные направления токов в ветвях рассчитываемой цепи;
- Задают условно положительные направления обхода контуров (для удобства расчета рекомендуется выбирать направление обхода во всех контурах одинаковым);

- Записывают систему уравнений по законам Кирхгофа. Общее число уравнений должно быть равно числу неизвестных токов, т.е. числу ветвей. По первому закону составляется $n - 1$ уравнений, где n - число узлов в рассчитываемой цепи. Число уравнений по второму закону, равно числу m независимых контуров в рассчитываемой цепи;
- Решая полученную систему уравнений, определяют токи в ветвях.

Примечание. Если для тока получено отрицательное значение, то это означает, что действительное направление тока обратно условно выбранному в начале расчета.

2.2. Метод контурных токов (МКТ).

Это широко распространенный метод расчета сложных электрических цепей, основанный на применении законов Кирхгофа и следующих предположениях:

- В каждом контуре протекают независимые друг от друга расчетные токи, называемые контурными;
- Ток каждой ветви равен алгебраической сумме контурных токов, протекающих через эту ветвь.

Порядок расчета:

- Выбирают условно положительные направления (произвольно) токов в ветвях рассчитываемой цепи;
- Задают условно положительные направления контурных токов (для удобства расчета рекомендуется выбирать эти направления одинаковыми);
- Записывают систему уравнений по второму закону Кирхгофа для контурных токов, при этом Э.Д.С. источников принимают положительными, если их направления совпадают с направлением контурного тока в рассматриваемом контуре. Падения напряжений от основного контурного тока рассматриваемого контура записывают со знаком «+», а падения напряжений от контурных токов смежных контуров – со знаком «-», если их направление не совпадает с направлением основного контурного тока в рассматриваемой ветви. При наличии в рассчитываемой цепи источника тока, следует учитывать падение напряжения, создаваемое им на участке цепи, к которому он присоединен. Причем это напряжение записывается со знаком «+», если направление основного контурного тока совпадает с направлением тока источника в рассматриваемом участке;
- Решают полученную систему уравнений и определяют значения контурных токов;
- Определяют через контурные токи значения токов, действующих в ветвях рассчитываемой цепи. При этом величины токов во внешних (не смежных) ветвях будут равны соответствующим значениям контурных токов (при совпадении их направлений). Токи в смежных ветвях равны алгебраической сумме контурных токов соседних контуров, причем со знаком «+» записывается в сумму контурный ток, направление которого совпадает с условно положительным направлением тока в смежной ветви.

2.3. Метод эквивалентного генератора (МЭГ).

Этот метод очень эффективен при определении тока, напряжения или мощности только одной ветви электрической цепи. Он основан на следующем положении: по отношению к выделенной ветви двухполюсник (включающий в себя всю остальную часть рассматриваемой цепи) в расчетном отношении можно заменить эквивалент-

ным генератором, Э.Д.С. E_{Γ} которого равна напряжению холостого хода U_{xx} на зажимах выделенной ветви, а его внутреннее сопротивление R_{Γ} равно входному сопротивлению $R_{вх}$ двухполюсника.

Порядок расчета:

- Выбирают условно положительные направления (произвольно) токов в ветвях рассчитываемой цепи;
- Размыкают ветвь, в которой требуется рассчитать ток, и любым методом определяют напряжение $U_{xx} = E_{\Gamma}$ на разомкнутых зажимах. При этом следует обратить внимание на наличие Э.Д.С. в разомкнутой ветви, если таковые имеются, то в расчете следует ее учесть;
- Размыкают источники тока, закорачивают источники Э.Д.С. (учитывая их внутреннее сопротивление R_{0i}) и определяют входное сопротивление $R_{вх} = R_{\Gamma}$ со стороны разомкнутой ветви;
- Рассчитывают искомый ток по закону Ома (1.4), I – ток в рассматриваемой ветви; $E = U_{xx} = E_{\Gamma}$ – Э.Д.С. эквивалентного генератора, R – сопротивление в разомкнутой ветви, $R_{\Gamma} = R_{вх} = R_{\Gamma}$ – сопротивление эквивалентного генератора.

2.4. Метод узловых потенциалов (МУП).

Этот метод целесообразно применять для расчета схем, у которых число независимых узлов меньше числа независимых контуров. Данный метод позволяет составить систему уравнений, из которой можно определить потенциалы всех узлов схемы, а затем по известным разностям потенциалов определить токи во всех ветвях. При этом потенциал любой точки (базисного узла) принимают равным любому значению, (например нулю, если в схеме нет уже заземленного узла), т.к. ток в любой ветви зависит не от абсолютного значения потенциалов узлов, между которыми она включена, а от разности этих потенциалов.

Порядок расчета:

- Выбирают условно положительные направления (произвольно) токов в ветвях рассчитываемой цепи;
- Принимают потенциал любого узла (для удобства расчета, лучше взять узел, к которому присоединено наибольшее количество ветвей) равным нулю.
- Составляют систему N (где N – число независимых узлов в цепи) уравнений вида:

$$\begin{aligned} g_{11}\varphi_1 - g_{12}\varphi_2 - \dots - g_{1n}\varphi_n &= I_{11}; \\ -g_{21}\varphi_1 + g_{22}\varphi_2 - \dots - g_{2n}\varphi_n &= I_{22}; \\ \dots &\dots \\ -g_{n1}\varphi_1 - g_{n2}\varphi_2 - \dots + g_{nn}\varphi_n &= I_{nn}, \end{aligned} \quad (2.1)$$

где $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_i$ – потенциалы узлов; g_{kk} – собственная проводимость k -го узла, равная суммарной проводимости ветвей, присоединенных к этому узлу; $g_{ik} = g_{ki}$ – межузловая проводимость, равная сумме проводимостей ветвей непосредственно соединяющих i -ый и k -ый узлы; I_i – узловой ток i -го узла, равный алгебраической сумме токов I_{0i} источников тока и произведений Э.Д.С. источников на проводимость ветвей I_i, g_i , при-

соединенных к рассматриваемому узлу (в сумму I_{α} и E_i записывают со знаком «+», если они направлены к узлу и со знаком «-», если – от узла);

- Решая полученную систему (2.1), находят потенциалы узлов;
- Определяют токи в ветвях цепи по второму закону Кирхгофа или закону Ома.

Примечание. Если рассматриваемая цепь имеет два узла, то ее расчет значительно упрощается. В этом случае можно воспользоваться частным случаем метода узловых потенциалов – *методом двух узлов или узлового напряжения*. При этом сначала вычисляют узловое напряжение по формуле:

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sum_{k=1}^n E_k g_k}{\sum_{k=1}^n g_k}, \quad (2.2)$$

где числитель представляет собой алгебраическую сумму произведений Э.Д.С. на проводимости соответствующих ветвей, содержащих Э.Д.С. (со знаком «+» берут Э.Д.С., направленные к узлу 1), а знаменатель – арифметическую сумму проводимостей всех ветвей, присоединенных к этим узлам. Токи в ветвях определяются из уравнений, записанных по второму закону Кирхгофа, для контуров, состоящих из соответствующей ветви (в которой течет искомый ток), замкнутой на узловое напряжение.

3. ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА И АНАЛИЗА СЛОЖНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Пример 3.1.

Задания на расчет:

Для данной электрической цепи с заданными параметрами:

- Рассчитать МКТ токи в ветвях;
- Составить систему уравнений по законам Кирхгофа и проверить подстановкой результаты расчета предыдущего пункта задания;
- Рассчитать напряжение U_{53} между точками 5 и 3 данной схемы;
- Составить уравнение баланса мощностей и проверить его выполнение, рассчитав суммарные мощности источников и приемников;
- Рассчитать МЭГ ток в резисторе R_1 ;
- Рассчитать и построить потенциальную диаграмму для замкнутого контура цепи, содержащего оба источника Э.Д.С.

Исходные параметры:

$R_1 = 540 \text{ Ом}; R_2 = 460 \text{ Ом}; R_3 = 620 \text{ Ом}; R_4 = 230 \text{ Ом}; R_5 = 310 \text{ Ом}; R_6 = 130 \text{ Ом};$
 $R_7 = 320 \text{ Ом}; R_8 = 260 \text{ Ом}; E_2 = 200 \text{ В}; E_8 = 600 \text{ В}; I_{04} = 3 \text{ А}; I_{02} = 1 \text{ А}.$

Решение.

Чертим исходную схему рассматриваемой цепи, указывая на ней условно положительные направления токов в ветвях (рис. 1):

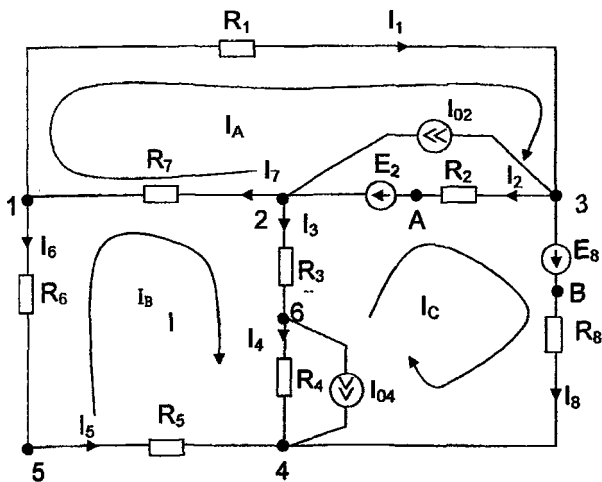


Рис.1.

1. Составляем и записываем систему уравнений для расчета токов, применяя метод контурных токов:

$$I_A \cdot (R_1 + R_2 + R_7) - I_{02} \cdot R_2 - I_C \cdot R_2 - I_B \cdot R_7 = E_2;$$

$$I_B \cdot (R_3 + R_4 + R_5 + R_6 + R_7) - I_C \cdot (R_3 + R_4) - I_A \cdot R_7 - I_{04} \cdot R_4 = 0;$$

$$I_C \cdot (R_2 + R_3 + R_4 + R_8) - I_A \cdot R_2 - I_B \cdot (R_3 + R_4) + I_{02} \cdot R_2 + I_{04} \cdot R_4 = E_8 - E_2.$$

Подставляя значения сопротивлений, Э.Д.С. и токов источников в данную систему и решив ее, получаем следующие значения контурных токов:

$$I_A = 0,6427 \text{ A}, \quad I_B = 0,5651 \text{ A}, \quad I_C = 0,0165 \text{ A};$$

Токи, действующие в ветвях цепи, определяем через контурные:

$$I_1 = I_A = 0,6427 \text{ A};$$

$$I_2 = I_A - I_C - I_{02} = -0,3738 \text{ A};$$

$$I_3 = I_B - I_C = 0,5485 \text{ A};$$

$$I_4 = I_B - I_{04} - I_C = -2,4515 \text{ A};$$

$$I_5 = I_6 = -I_B = -0,5651 \text{ A};$$

$$I_7 = I_A - I_B = 0,0777 \text{ A};$$

$$I_8 = I_C = 0,0165 \text{ A}$$

2. Составляем систему уравнений по законам Кирхгофа (положительное направление обхода контуров – по часовой стрелке) для проверки полученных в пункте 2 результатов:

$$-I_1 - I_6 + I_7 = 0;$$

(Узел 1)

$$I_2 + I_{02} - I_3 - I_7 = 0;$$

(Узел 2)

$$-I_{02} - I_2 + I_1 - I_8 = 0;$$

(Узел 3)

$$I_5 + I_4 + I_{04} + I_8 = 0;$$

(Узел 4)

$$I_1 R_1 + I_2 R_2 + I_7 R_7 = E_2;$$

(Контур А)

$$I_3 R_3 + I_4 R_4 - I_6 (R_5 + R_6) - I_7 R_7 = 0;$$

(Контур В)

$$I_8 R_8 - I_4 R_4 - I_3 R_3 - I_2 R_2 = E_8 - E_2.$$

(Контур С)

Подставив значения сопротивлений, Э.Д.С. и токов источников, убеждаемся, что пункт 2 выполнен правильно и найденные значения токов в ветвях цепи верны, поскольку удовлетворяют выше приведенным уравнениям.

3. Определяем напряжение U_{53} :

Согласно II закону Кирхгофа:

$$I_1 \cdot R_1 - I_6 \cdot R_6 - U_{53} = 0, \text{ отсюда } U_{53} = I_1 \cdot R_1 - I_6 \cdot R_6 = 420,52 \text{ В};$$

4. Составляем уравнение баланса мощностей для данной цепи и рассчитываем суммарные мощности потребителей ΣP_n :

$$\Sigma P_n = I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6 + I_7^2 \cdot R_7 + I_8^2 \cdot R_8 = 1998,63 \text{ Вт};$$

и источников ΣP_u :

$$\Sigma P_u = I_2 \cdot E_2 + I_8 \cdot E_8 + I_{02} \cdot U_{23} + I_{04} \cdot U_{46}, \text{ где } U_{23} = E_2 - I_2 \cdot R_2; U_{46} = -I_4 \cdot R_4;$$

тогда $\Sigma P_u = 1998,62 \text{ Вт}$.

Равенство мощностей приемников и источников еще раз подтверждает правильность расчета пунктов 2 и 3.

5. Методом эквивалентного генератора определяем ток в сопротивлении R_1 , для чего:

- определяем Э.Д.С. эквивалентного генератора $E_{\Gamma} = U_{xx}$ - напряжение холостого хода относительно зажимов R_1 (рис.2):

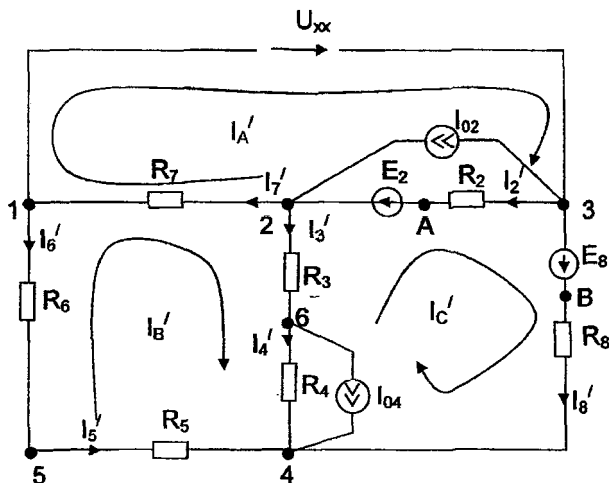


Рис.2.

По второму закону Кирхгофа: $U_{xx} = E_2 - I_7 \cdot R_7 - I_2 \cdot R_2$;

-методом контурных токов определяем токи I_2 и I_7 :

$$I_A' \cdot (R_3 + R_4 + R_5 + R_6 + R_7) - I_B' \cdot (R_3 + R_4) - I_{04} \cdot R_4 = 0;$$

$$I_B' \cdot (R_2 + R_3 + R_4 + R_8) - I_A' \cdot (R_3 + R_4) + I_{04} \cdot R_4 + I_{02} \cdot R_2 = E_8 - E_2;$$

-подставив в записанную систему значения сопротивлений, Э.Д.С. и токов источников и решая ее, получаем следующие значения контурных токов: $I_A' = 0,2469 \text{ А}$; $I_B' = -0,3440 \text{ А}$,

-тогда, $I_7' = -I_A' = 0,2469 \text{ А}$, $I_2' = -I_B' - I_{02} = -0,6560 \text{ А}$, а $U_{xx} = 422,7 \text{ В}$;

-определяем сопротивление эквивалентного генератора $R_{Г} = R_3$ -эквивалентное сопротивление цепи относительно зажимов R_1 :

-преобразовываем схему, заменяя последовательно соединенные резисторы R_5 и R_6 , R_3 и R_4 на R_{56} и R_{34} (Рис.3):

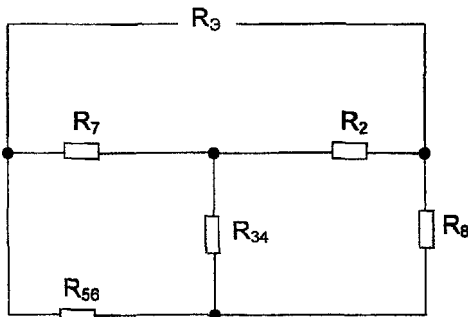


Рис.3.

соответственно равные:

$$R_{56} = R_5 + R_6 = 440 \text{ Ом}; R_{34} = R_3 + R_4 = 850 \text{ Ом}.$$

Затем "звезду"- R_{34} , R_2 , R_7 преобразовываем в эквивалентный "треугольник"- R_{234} , R_{27} , R_{734} (Рис.4):

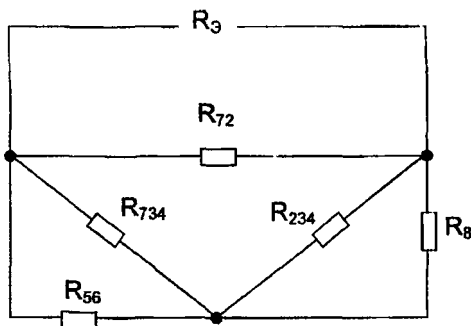


Рис.4.

$$\text{Где: } R_{734} = R_7 + R_{34} + R_7 \cdot R_{34} / R_2;$$

$$R_{234} = R_2 + R_{34} + R_2 \cdot R_{34} / R_7;$$

$$R_{72} = R_7 + R_2 + R_2 \cdot R_7 / R_{34};$$

$$\text{Тогда } R_{56734} = \frac{R_{56} \cdot R_{734}}{R_{56} + R_{734}};$$

$$R_{8234} = \frac{R_8 \cdot R_{234}}{R_8 + R_{234}};$$

$$R' = R_{56734} + R_{8234}.$$

$$R_3 = R_{Г} = R' \cdot R_{72} / (R' + R_{72}) = 363,6 \text{ Ом}.$$

Искомый ток по закону Ома:

$$I_1 = U_{xx} / (R_3 + R_1) = 0,6427 \text{ А}.$$

6. Строим потенциальную диаграмму для контура(4 – 6 – 2 – А – 3 – В - 4), содержащего оба источника Э.Д.С., для чего:

-принимаем потенциал точки 4 равным нулю ($\varphi_4 = 0$);

-рассчитываем потенциалы точек рассматриваемого контура:

$$\varphi_6 = \varphi_4 + I_4 \cdot R_4 = -563,8 \text{ В};$$

$$\varphi_2 = \varphi_6 + I_3 \cdot R_3 = -223,7 \text{ В};$$

$$\varphi_A = \varphi_2 - E_2 = -423,7 \text{ В};$$

$$\varphi_3 = \varphi_A + I_2 \cdot R_2 = -595,6 \text{ В};$$

$$\varphi_B = \varphi_3 + E_8 = 4,300 \text{ В};$$

$$\varphi_4 = \varphi_B - I_8 \cdot R_8 \approx 0 \text{ В};$$

-строим диаграмму (Рис.5.) по точкам с координатами:

точка 4 – (0;0);

точка 6 – ($R_4=230 \text{ Ом}$; $\varphi_6 = -563,8 \text{ В}$);

точка 2 – ($R_4 + R_3 = 230 + 620 = 850 \text{ Ом}$; $\varphi_2 = -223,7 \text{ В}$);

точка А – (850 Ом; $\varphi_A = -423,7 \text{ В}$);

точка 3 – ($R_4 + R_3 + R_2 = 1310 \text{ Ом}$; $\varphi_3 = -595,6 \text{ В}$);

точка В – (1310 Ом; $\varphi_B = 4,300 \text{ В}$);

точка 4 – ($R_4 + R_3 + R_2 + R_8 = 1570 \text{ Ом}$; 0 В);

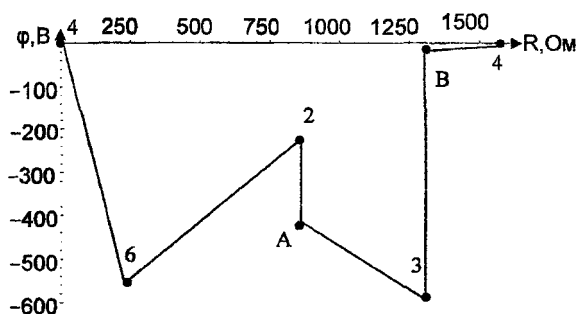


Рис.5.

Пример 3.2.

Задания на расчет:

Для данной сложной электрической цепи с заданными исходными параметрами:

- Начертить принципиальную схему. Нумерацию потребителей и выключателей сохранить в соответствии с рис.6;
- Начертить схему замещения цепи, заменив последовательно и параллельно соединенные элементы, присоединенные к каждому выключателю, эквивалентными элементами;
- Определить токи в ветвях методом уравнений Кирхгофа;
- Определить режимы работы источников Э.Д.С. и остальных участков цепи;
- Составить уравнение баланса мощностей и оценить погрешность вычислений в

процентах. Если величина погрешности вычислений превышает 5%, то расчет необходимо повторить;

- Указать на схеме замещения и определить напряжения на внешних зажимах генератора и остальных потребителей, подключенных к линии электропередачи (ЛЭП), через значения их параметров;
- Определить падение напряжения в проводах ЛЭП в рассматриваемом режиме;
- Выбрать площади сечения проводов ЛЭП и отдельных линий, идущих от выключателей S_i , пользуясь справочными значениями допустимых токов;
- Начертить схему замещения цепи при коротком замыкании (КЗ) в конце ЛЭП (при отключенной нагрузке);
- Определить ток короткого замыкания цепи в этом случае;
- Выбрать величины токов плавких вставок предохранителей FU_i для защиты линии и источника, а также предохранителей для защиты потребителей от опасных последствий токов короткого замыкания КЗ.

Исходные данные.

$P_{ном1} = 2000 \text{ Вт}$, $P_{ном2} = 800 \text{ Вт}$, $P_{ном3} = 1000 \text{ Вт}$; $E_1 = 230 \text{ В}$, $R_{л} = 1 \text{ Ом}$, $R_{01} = 0,1 \text{ Ом}$,
 $U_{ном1} = U_{ном2} = 127 \text{ В}$, $U_{ном3} = 220 \text{ В}$, $E_3 = 200 \text{ В}$; $R_{03} = 0,4 \text{ Ом}$.

Решение:

1. Принципиальная электрическая схема приведена на рис. 6.:

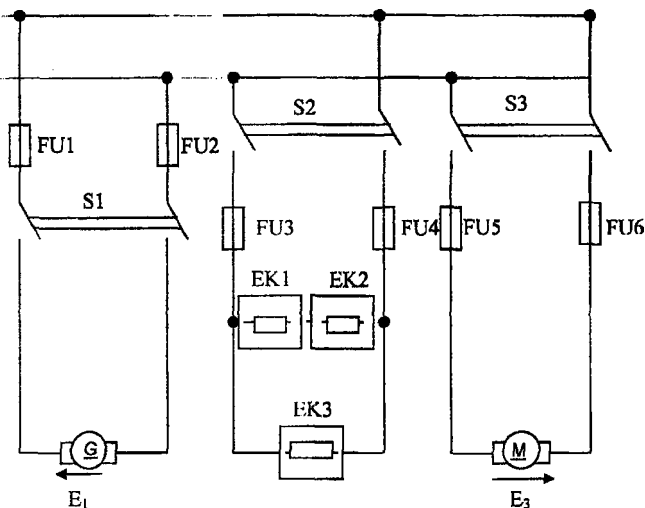


Рис. 6.

2. Составим схему замещения. Пронумеруем ветви в соответствии с номерами выключателей. Сохраним эти номера для токов и сопротивлений.
 - 2.1. Первая ветвь (ветвь генератора) включает источник $E_1 = 230 \text{ В}$ с сопротивлением $R_{01} = 0,1 \text{ Ом}$ и сопротивление ЛЭП $R_{л} = 1 \text{ Ом}$, соединенные последовательно. По этим данным чертим ветвь 1 схемы замещения (рис. 7).

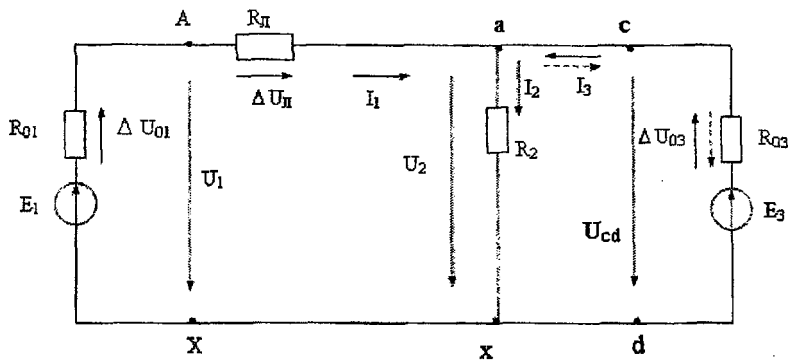


Рис.7.

2.2. Нагрузка, подключенная к выключателю S2, содержит два последовательно соединенных электронагревателя EK1 и EK2, соединенные параллельно с нагревателем EK3. Их номинальные напряжения:

$$U_{\text{ном}1} = U_{\text{ном}2} = 127 \text{ В,}$$

$$U_{\text{ном}3} = 220 \text{ В.}$$

Номинальные мощности:

$$P_{\text{ном}1} = 2000 \text{ Вт,}$$

$$P_{\text{ном}2} = 800 \text{ Вт,}$$

$$P_{\text{ном}3} = 1000 \text{ Вт.}$$

Сопротивление любого элемента определяется через номинальные параметры по формуле $R_{\text{ном}} = U_{\text{ном}}^2 / P_{\text{ном}}$.

Тогда

$$R_{\text{ном}1} = 127^2 / 2000 = 8,065 \text{ Ом;}$$

$$R_{\text{ном}2} = 127^2 / 800 = 20,16 \text{ Ом;}$$

$$R_{\text{ном}3} = 220^2 / 1000 = 48,40 \text{ Ом.}$$

Общее сопротивление ветви с последовательно соединенными электронагревателями EK1 и EK2:

$$R_{12} = 8,065 + 20,16 = 28,22 \text{ Ом.}$$

Проводимость этой ветви:

$$G_{12} = 1 / R_{12} = 1 / 28,22 = 3,544 \cdot 10^{-2} \text{ См.}$$

Проводимость ветви, содержащей электронагреватель EK3:

$$G_3 = 1 / R_3 = 1 / 48,4 = 2,066 \cdot 10^{-2} \text{ См.}$$

Общая проводимость нагрузки, подключенной ко второму выключателю и образующей вторую ветвь:

$$G_2 = 3,544 \cdot 10^{-2} + 2,066 \cdot 10^{-2} = 5,610 \cdot 10^{-2} \text{ См.}$$

Общее сопротивление второй ветви:

$$R_2 = 1 / G_2 = 1 / 5,61 \cdot 10^{-2} = 17,83 \text{ Ом.}$$

По этим данным чертим ветвь 2 (рис. 7).

2.3. Третья ветвь содержит двигатель постоянного тока с Э.Д.С. $E_3 = 200 \text{ В}$ и внутренним сопротивлением $R_{03} = 0,4 \text{ Ом}$. По этим данным строим третью ветвь схемы замещения.

3. Определяем токи в ветвях методом уравнений Кирхгофа.

3.1. Задаемся произвольно направлениями токов в ветвях, т.е. наносим их сплошными стрелками (рис. 7). Этим определяются условные направления падения напряжений на внутренних сопротивлениях элементов, совпадающие с принятыми направлениями токов: $\Delta U_{01} = I_1 \cdot R_{01}$, $\Delta U_L = I_1 \cdot R_L$, $\Delta U_{03} = I_3 \cdot R_{03}$ и напряжение на нагрузке $U_2 = I_2 \cdot R_2$, которые также наносим сплошными линиями.

3.2. Составляем и решаем систему уравнений Кирхгофа.

В данной схеме $N = 2$ (узлы a и x). Следовательно, по первому закону Кирхгофа составляется $N - 1 = 2 - 1 = 1$ уравнение.

Для узла a имеем:

$$I_1 - I_2 + I_3 = 0.$$

В данной цепи из 3 контуров независимыми являются только два. Выбираем направление обхода каждого контура по часовой стрелке. Составляем уравнения:

для контура $E_1 R_{01} R_L$ и E_1 :

$$\Delta U_{01} + \Delta U_L + U_2 = E_1;$$

для контура $x R_2$ и $R_{03} E_3 x$:

$$-U_2 - \Delta U_{03} = -E_3.$$

Умножив на -1 , изменяем знаки на противоположные.

Составляем систему уравнений:

$$I_1 - I_2 + I_3 = 0;$$

$$\Delta U_{01} + \Delta U_L + U_2 = E_1;$$

$$U_2 + \Delta U_{03} = E_3.$$

Подставляем известные значения:

$$I_1 - I_2 + I_3 = 0;$$

$$(0,1 + 1) \cdot I_1 + 17,83 \cdot I_2 = 230;$$

$$17,83 \cdot I_2 + 0,4 \cdot I_3 = 200.$$

Решаем систему уравнений относительно токов I_1 , I_2 , I_3 .

В результате решения системы получаем:

$$I_1 = 23,06 \text{ A}, I_2 = 11,48 \text{ A}, I_3 = -11,58 \text{ A}.$$

Поскольку значение тока I_3 получилось отрицательным, то действительное направление этого тока противоположно условно принятому в начале задачи (на схеме его указываем пунктирной стрелкой).

4. Определяем режимы работы источников ЭДС и остальных участков цепи.

Во всех сопротивлениях токи совпадают с напряжениями, т.е. эти участки цепи - приемники электроэнергии. В источнике Э.Д.С. E_1 ток I_1 совпадает с Э.Д.С., т.е. это источник электроэнергии. В источнике Э.Д.С. E_3 ток I_3 противоположен Э.Д.С., т.е. это приемник.

5. Составляем уравнение баланса мощностей: $\sum E \cdot I = \sum R \cdot I^2$.

С учетом этого: $E_1 \cdot I_1 - E_3 \cdot I_3 = R_{01} \cdot I_1^2 + R_L \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 + R_{03} \cdot I_3^2$;

$$230 \cdot 23,06 - 200 \cdot 11,58 = (0,1 + 1) \cdot 23,06^2 + 17,83 \cdot 11,48^2 + 0,4 \cdot 11,58^2;$$

$$2987,8 = 2988,4 \text{ Вт}.$$

Величина ошибки (разбаланса) составляет $0,6 \text{ Вт}$, или в процентах $(0,6/2988,4) \cdot 100\% = 0,02\%$, что меньше допустимого значения, равного 5% .

6. Определяем напряжения на внешних зажимах генератора и потребителей. В состав реального источника-генератора входят идеальный источник Э.Д.С. E_1 и внутреннее сопротивление - резистор R_{01} . Внешними зажимами источника являются точки АХ (рис.7). Напряжения на внешних зажимах генератора $U_{Ax} = U_1$ (полярность его указана на схеме). Напряжение в конце ЛЭП, т.е. напряжение у потребителя - это напряжение U_2 , общее для двух ветвей: ветви 2 и ветви 3. Для ветви 2 - это напряжение на резисторе R_2 : $U_{Ax} = R_2 \cdot I_2$. Для ветви 3 - напряжение между зажимами сд реального источника.

Напряжение на внешних зажимах источника ЭДС: $U = E \pm R_0 I$, где знак «-» - для случая работы источника ЭДС в режиме источника электроэнергии, знак «+» - для случая работы источника ЭДС в режиме приемника электроэнергии.

В соответствии с указанием:

$$U_1 = U_{Ax} = E_1 - R_{01} \cdot I_1 = 230 - 0,1 \cdot 23,06 = 227,7 \text{ В}; \quad U_{cd} = E_3 + R_{03} \cdot I_3 = 200 + 0,4 \cdot 11,58 = 204,7 \text{ В}.$$

Напряжение U_2 - одновременно и напряжение на зажимах нагревателей: U_{AB} : $U_2 = U_{Ax} = R_2 \cdot I_2 = 17,83 \cdot 11,48 = 204,7 \text{ В}$.

7. Определяем падение напряжения в проводах ЛЭП. По расчетной схеме (рис 7) падение напряжения на сопротивлениях проводов:

$$\Delta U_{л} = R_{л} I_1 = 1 \cdot 23,06 = 23,06 \text{ В}.$$

С другой стороны: $\Delta U_{л} = U_1 - U_2 = 227,7 - 204,7 = 23 \text{ В}$.

8. Определяем сечение проводов.

По каждому проводу может протекать определенный, длительно допустимый по нагреву, ток $I_{доп}$. Условие выбора сечения провода по допустимому нагреву - $I_{доп} > I_{л}$, где $I_{л}$ - максимальный ток нагрузки в линии, $I_{доп}$ - ближайшее большее значение тока из справочника [9].

Выбираем сечения проводов:

в линии 1 ток $I_1 = 23,06 \text{ А}$;

принимаем $I_{доп1} = 25 \text{ А}$ и $S_1 = 4 \text{ мм}^2$;

в линии 2 ток $I_2 = 11,48 \text{ А}$;

принимаем $I_{доп2} = 15 \text{ А}$ и $S_2 = 2,5 \text{ мм}^2$;

в линии 3 ток $I_3 = 11,58 \text{ А}$;

принимаем $I_{доп3} = 15 \text{ А}$ и $S_3 = 2,5 \text{ мм}^2$.

9. Вычерчиваем схему замещения цепи при коротком замыкании в конце ЛЭП (рис.8) при отключенной нагрузке.

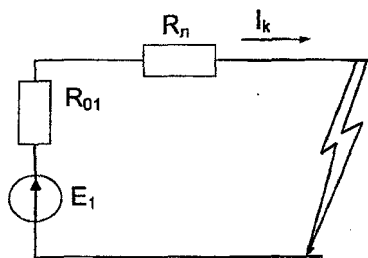


Рис.8.

Определяем ток при коротком замыкании в конце линии:

$$I_k = E_1 / (R_{01} + R_{л}) = 230 / (0,1 + 1,0) = 209,09 \text{ А}.$$

10. Выбираем плавкие вставки предохранителей.

Плавкая вставка предохранителя должна выдерживать рабочий ток цепи, а при больших токах коротких замыканий - перегорать. Поэтому номинальный ток плавкой вставки предохранителя выбирается по условию $I_{В.ном.} > I_{л}$, где $I_{л}$ - максимальный длительный рабочий ток линии; $I_{В.ном.}$ - ближайший больший ток плавкой вставки из справочника [9]. В соответствии с расчетом:

в линии 1 ток $I_1 = 23,06$ А; принимаем $I_{В.ном.1} = 25$ А;

в линии 2 ток $I_2 = 11,48$ А; принимаем $I_{В.ном.2} = 15$ А;

в линии 4 ток $I_3 = 11,58$ А; принимаем $I_{В.ном.3} = 15$ А.

4. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ И МЕТОДЫ РАСЧЕТА ОДНОФАЗНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

Электрические цепи могут находиться под воздействием постоянных или переменных напряжений и токов. Среди этих воздействий важнейшую роль играют гармонические колебания. Последние широко используются для передачи сигналов и электрической энергии, а также могут применяться в качестве испытательного сигнала. Исследование режима гармонических колебаний важно и с методической точки зрения, поскольку анализ электрических цепей при негармонических воздействиях можно свести к анализу цепи от совокупности гармонических воздействий. В этом смысле методику анализа и расчета цепей при гармонических воздействиях можно распространить и на цепи при периодических несинусоидальных, а также непериодических воздействиях встречающихся в электронике и радиотехнике. Наибольшее распространение в энергетике получили электрические цепи переменного тока, изменяющегося во времени по синусоидальному закону. Это обусловлено относительной простотой получения такого тока и его преобразования. Кроме того, простота устройства, надежность работы и высокие технико-экономические показатели однофазных и трехфазных трансформаторов, генераторов и двигателей обеспечили синусоидальному току широкое применение. Исключением являются некоторые области техники, например электрохимия, электрическая тяга, металлургия, в которых применяются постоянный ток, получаемый путем выпрямления переменного.

Синусоидальные функции времени (Э.Д.С., ток, напряжение) могут быть представлены тригонометрической формой записи, линейными диаграммами изменения во времени (графиками), вращающимися векторами и комплексными числами.

Тригонометрическая форма записи синусоидально изменяющейся во времени величины в общем виде представляется выражением:

$$a(t) = A_m \sin(\omega t + \psi_a) = A_m \sin \alpha, \quad (4.1)$$

где a - мгновенное значение синусоидальной функции времени; $A_m = \sqrt{2}A$ - ее амплитудное (максимальное) значение; $A = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}$ - действующее (среднеквадратичное) значение за период; $\omega = 2\pi f$ - угловая (циклическая) частота, характеризующая

скорость изменения фазового угла; $f = \frac{1}{T}$ - частота изменений синусоидальной функции, характеризующая число периодов T в секунду; $T = \frac{2\pi}{\omega}$ - период - наименьший ин-

тервал времени, по истечении которого мгновенные значения периодической величины повторяются; t - текущее значение времени; $\alpha = \omega \cdot t + \psi_a$ - фаза или фазовый угол

(аргумент синусоидальной функции); ψ_a - начальная фаза (начальный фазовый угол).

В соответствии с выражением для мгновенного значения синусоидальная функция времени может быть изображена в виде линейной диаграммы, представляющей собой график изменения соответствующей синусоидальной функции от времени.

Синусоидальная функция времени изображается также вращающимся вектором. Длина вращающегося радиус – вектора равна амплитуде A_m синусоидальной функции, угол между вращающимся вектором и осью абсцисс для момента времени $t=0$ представляет ее начальную фазу ψ_0 . Проекция вращающегося радиус – вектора на ось ординат определяет мгновенное значение синусоидальной величины. За положительное направление вращения вектора принято направление против хода часовой стрелки. Совокупность векторов, изображающих токи и напряжения в цепи переменного тока, называют *векторной диаграммой*. Угол между вектором тока и напряжения $\varphi = \psi_u - \psi_i$ – называют *углом сдвига фаз*, который определяется разностью начальных фаз напряжения и тока.

Синусоидальная функция времени (4.1) может быть представлена в комплексной форме. При этом на комплексной плоскости в прямоугольной системе координат из ее начала под углом ψ_0 к положительному направлению оси действительных чисел (оси абсцисс) проводят вектор длиной равной A_m , концу которого соответствует определенное комплексное число. Комплексная амплитуда синусоидальной величины определяется выражением:

$$\dot{A}_m = A_m e^{j\psi_0},$$

где e – основание натурального логарифма.

Для действующего значения этой величины:

$$\dot{A} = A e^{j\psi}, \quad (4.2)$$

где $A = \sqrt{a^2 + b^2}$ – модуль комплексного числа \dot{A} , $\psi = \arctg \frac{b}{a}$ – его аргумент.

Представленная форма записи комплексного числа (4.2) называется *показательной* или *экспоненциальной*. Эта форма комплексных чисел более удобна при их умножении, делении, возведении в степень, извлечении корней и логарифмировании.

Комплексное число можно записать в виде суммы *действительной* $Re(\dot{A}) = a$ и *мнимой* $Im(\dot{A}) = b$ частей:

$$\dot{A} = Re(\dot{A}) + j Im(\dot{A}) = a + jb, \quad (4.3)$$

где $j = \sqrt{-1}$ – мнимая единица, с помощью которой из комплексного числа выделяется его мнимая часть. Умножение вектора \dot{A} на множитель j соответствует повороту его на угол, равный $\frac{\pi}{2}$ в положительном направлении (против хода часовой стрелки), а умножение на –

j соответствует повороту в отрицательном направлении (по ходу часовой стрелки). Представленная форма записи комплексного числа (4.3) называется *алгебраической* или *координатной*. Эта форма комплексных чисел более удобна при их сложении и вычитании.

Переход от алгебраической формы записи комплексного числа к показательной (и обратно) осуществляется при помощи формулы Эйлера:

$$\cos \psi + j \sin \psi = e^{j\psi}, \quad (4.4)$$

где $\cos \psi = \frac{a}{A}$, $\sin \psi = \frac{b}{A}$. В связи с этим комплексное значение может быть представле-

но в *тригонометрической* форме:

$$\dot{A} = A (\cos \psi + j \sin \psi). \quad (4.5)$$

Иногда при выполнении расчетов с комплексными числами удобно пользоваться со-

пряженными значениями A комплексных чисел. При сопряжении комплексного числа, в его алгебраической записи, знак мнимой части меняется на противоположный, а в показательной – на противоположный. Знак аргумента.

Расчет и анализ электрических цепей переменного тока с использованием комплексных чисел называют *символическим методом*.

Электрическая цепь синусоидального тока содержит помимо электротехнических устройств, назначение которых совпадает с назначением функционально аналогичных устройств цепи постоянного тока (источники энергии, измерительные приборы, коммутационные аппараты и т.д.), также устройства, присущие только цепям синусоидального тока (трансформаторы, конденсаторы, катушки индуктивности и т.д.), которые изображают на принципиальных электрических схемах. Для расчета и анализа этих цепей от принципиальных необходимо перейти к их схеме замещения, которая является количественной моделью для описания процессов в цепи. Элементами схем замещения цепей синусоидального тока являются: источники синусоидальных токов, Э.Д.С. и напряжений; резистивные, индуктивные и емкостные элементы.

Термин "сопротивление" для цепей синусоидального тока, в отличие от цепей постоянного тока, является недостаточно полным, поскольку сопротивление переменному току оказывают не только те элементы, в которых выделяется только энергия в виде теплоты (*активную сопротивление* r , соответственно *активная проводимость* $g = 1/r$), но и те элементы цепи, в которых энергия периодически запасается в электрическом (конденсатор) или магнитном (индуктивность) полях. Эти элементы обладают *реактивным сопротивлением* x и реактивной проводимостью $b = 1/x$. Реактивным сопротивлением обладают:

- конденсатор емкостью C – реактивным емкостным сопротивлением:

$$x_C = \frac{1}{\omega \cdot C};$$

- катушка с индуктивностью L – реактивным индуктивным сопротивлением:

$$x_L = \omega L.$$

Полное сопротивление z цепи с последовательным соединением резистора с активным сопротивлением r , конденсатора с реактивным сопротивлением x_C и катушки индуктивности с реактивным сопротивлением x_L , равно:

$$z = \sqrt{r^2 + x^2} = \sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2}. \quad (4.6)$$

Полная проводимость y этой цепи:

Полная проводимость y этой цепи:

$$y = \frac{1}{z} = \frac{1}{\sqrt{r^2 + x^2}}. \quad (4.7)$$

При протекании по этим элементам синусоидального тока i на их сопротивлениях создаются синусоидальные падения напряжения:

- на активном сопротивлении r напряжение $u_r = i \cdot r$, совпадающее по фазе с током, т.е. $\varphi = \psi_u - \psi_i = 0$;

ком, т.е. $\varphi = \psi_u - \psi_i = 0$;

- на индуктивном сопротивлении x_L напряжение $u_L = L \frac{di}{dt}$, опережающее ток по фазе на четверть периода, т.е. $\varphi = \psi_u - \psi_i = \frac{\pi}{2}$;
- на емкостном сопротивлении x_C напряжение $u_C = \frac{1}{C} \int i dt$, отстающее от тока на четверть периода, т.е. $\varphi = \psi_u - \psi_i = -\frac{\pi}{2}$.

Для анализа и расчета цепей синусоидального тока можно использовать те же понятия, законы и методы расчета (для мгновенных или комплексных значений), что и для цепей постоянного тока. Однако при этом необходимо помнить, что в отличие от цепей постоянного тока, токи и напряжения в цепях синусоидального тока совпадают по фазе только на участках с активным сопротивлением, т.е. следует учитывать начальные фазы токов и напряжений или угол сдвига фаз между ними. Эти расчеты значительно упрощаются благодаря применению символического метода расчета. Символическое изображение синусоидальных величин дает возможность заменить трудоемкие операции с тригонометрическими функциями и векторами токов и напряжений на относительно простые алгебраические действия с комплексными значениями этих величин. Благодаря этому становится возможным, почти во всех случаях (исключение составляют цепи, содержащие индуктивно связанные элементы) применять все методы расчета цепей постоянного тока, основанных на законах Ома и Кирхгофа.

- **Закон Ома:**

$$\dot{i} = \frac{\dot{U}}{z}, \quad (4.8)$$

комплексное значение тока в неразветвленном участке электрической цепи прямо пропорционально комплексному значению напряжения на этом участке и обратно пропорционально комплексному полному сопротивлению этого участка.

- **Первый закон Кирхгофа:**

$$\sum_{k=1}^n \dot{I}_k = 0, \quad (4.9)$$

алгебраическая сумма комплексных значений токов в ветвях, присоединенных к узлу электрической цепи, равна нулю.

- **Второй закон Кирхгофа:**

$$\sum_{k=1}^n \dot{U}_k = \sum_{p=1}^m \dot{E}_p, \quad (4.10)$$

алгебраическая сумма комплексных значений напряжений на отдельных участках замкнутого контура электрической цепи равна алгебраической сумме комплексных значений Э.Д.С., действующих в этом контуре.

Энергетические процессы в электрических цепях синусоидального тока достаточно сложные, так как физические процессы в различных элементах неодинаковы.

Чтобы яснее представить эти процессы, рассмотрим пассивную электрическую цепь, находящуюся под воздействием источника синусоидального напряжения $u(t)=U_m \sin \omega t$. Под воздействием этого напряжения в цепи будет протекать синусоидальный ток $i(t)=I_m \sin(\omega t-\varphi)$. Отдаваемая источником в цепь за период T средняя мощность:

$$P = P_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T u \cdot i dt = \frac{U_m \cdot I_m}{2} \cdot \cos \varphi = U \cdot I \cdot \cos \varphi. \quad (4.11)$$

Согласно закону Ома:

$$U = I \cdot z \text{ или } U = \frac{R \cdot I}{\cos \varphi}$$

Тогда уравнение (4.11) примет вид:

$$P = I^2 \cdot r = U^2 \cdot g. \quad (4.12)$$

Таким образом, средняя за период мощность P равна мощности, рассеиваемой на активном сопротивлении (проводимости) цепи. И этой связи мощность P носит название *активной* и измеряется в ваттах (Вт).

Кроме активной мощности в цепях синусоидального тока используют понятие *реактивной мощности*, имеющей единицу измерения вольт-ампер реактивный (В Ар):

$$Q = U \cdot I \sin \varphi = I^2 \cdot x = U^2 \cdot b, \quad (4.13)$$

и *полной мощности*, измеряемой в вольт-амперах (В А):

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{P^2 + (Q_L - Q_C)^2}. \quad (4.14)$$

Полная мощность – величина комплексная:

$$\tilde{S} = P + j \cdot Q = U \cdot I \cdot \cos \varphi + j \cdot U \cdot I \cdot \sin \varphi = U \cdot I \cdot e^{j\varphi} = \dot{U} \cdot \overset{*}{I}, \quad (4.15)$$

где $\overset{*}{I}$ – значение комплексно-сопряженного тока.

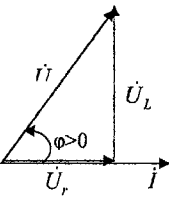
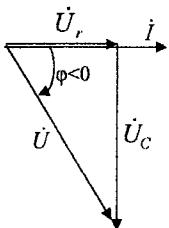
Т.е. активная мощность – действительная $P = \operatorname{Re}[\tilde{S}]$, а реактивная – мнимая часть $Q = \operatorname{Im}[\tilde{S}]$ комплексного значения полной мощности.

Расчеты неразветвленных цепей переменного тока можно свести либо к тригонометрической задаче с построением векторных диаграмм этих цепей, либо выполнять расчет символическим методом. В обоих случаях будут полезны сведения из приведенной ниже таблицы 4.1.

Расчет смешанного соединения при переменном токе в общем такой же, как и при постоянном токе: сначала рассчитывается эквивалентное сопротивление разветвления, а затем рассчитывается сопротивление цепи в целом, после чего рассчитывается ток на входе цепи и остальные напряжения и токи в цепи. Для параллельных ветвей в цепи переменного тока закон Ома можно записать в виде: $I = U \sqrt{(\sum g)^2 + (\sum b_L - \sum b_C)^2}$, где $\sum g$ – сумма активных проводимостей параллельных ветвей, $\sum b_L$ – сумма индуктивных проводимостей параллельных ветвей, $\sum b_C$ – сумма емкостных проводимостей параллельных ветвей.

Таблица 4.1

Элементы цепи	Комплексное сопротивление	Комплексная проводимость	Угол сдвига фаз	Комплексная мощность	Векторная диаграмма
1	2	3	4	5	6
Резистор с сопротивлением $z=r$ и проводимостью $y=g=1/r$	$\underline{z} = r$	$\underline{y} = g = 1/r$	$\varphi = 0$	$Q_L = 0, Q_C = 0, P = I^2 r,$ $\tilde{S} = P + jQ =$ $= P + j(Q_L - Q_C) =$ $= I^2 r$	
Катушка индуктивности с сопротивлением $z=x_L=\omega L$ и проводимостью $y=b_L=1/\omega L$	$\underline{z} = jx_L = j\omega L = x_L e^{j90^\circ}$	$\underline{y} = y_L = -j b_L$	$\varphi = 90^\circ$	$P = 0, Q_C = 0, Q_L = I^2 x_L$ $\tilde{S} = jQ_L = jI^2 x_L$	
Конденсатор с сопротивлением $z=x_C=1/\omega C$ и проводимостью $y=b_C=\omega C$	$\underline{z} = -jx_C = -j/\omega C =$ $= x_C e^{-j90^\circ}$	$\underline{y} = y_C = j b_C$	$\varphi = -90^\circ$	$P = 0, Q_L = 0, Q_C = I^2 x_C$ $\tilde{S} = -jQ_C = -jI^2 x_C$	

1	2	3	4	5	6
<p>Резистор и катушка индуктивности с сопротивлением</p> $Z = \sqrt{r^2 + x_L^2}$ <p>и проводимостью</p> $g = \frac{r}{z^2},$ $b_L = \frac{x_L}{z^2}$	$\underline{z} = r + jx_L = z e^{j\varphi}$	$y = g - jb_L$	$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{x_L}{r},$ $\varphi = \operatorname{arctg} \frac{b_L}{g}$	$\tilde{S} = P + jQ_L = I^2(r + jx_L) = I^2 \underline{z}$	
<p>Резистор и конденсатор с сопротивлением</p> $Z = \sqrt{r^2 + x_C^2}$ <p>и проводимостью</p> $g = \frac{r}{z^2},$ $b_C = \frac{x_C}{z^2}$	$\underline{z} = r - jx_C = z e^{-j\varphi}$	$y = g + jb_C$	$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{-x_C}{r},$ $\varphi = \operatorname{arctg} \frac{-b_C}{g}$	$\tilde{S} = P - jQ_C = I^2(r - jx_C) = I^2 \underline{z}$	

1	2	3	4	5	6
<p>Резистор, катушка индуктивности и конденсатор с сопротивлением</p> $Z = \sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2}$ <p>и проводимостью</p> $g = \frac{r}{z^2},$ $b_C = \frac{x_C}{z^2},$ $b_L = \frac{x_L}{z^2}$	$\underline{z} = r + j(x_L - x_C) = z e^{j\varphi}$	$\underline{y} = g - j(b_L - b_C)$	$\varphi = \arctg \frac{x_L - x_C}{r}$ $\varphi = \arctg \frac{b_L - b_C}{g}$	$\tilde{S} = P + j(Q_L - Q_C) = I^2 \underline{z}$	

Примечание: Угол сдвига фаз между током и напряжением φ для цепи с резистором, катушкой индуктивности и конденсатором зависит от их параметров и может быть: отрицательным $\varphi < 0$ (как на приведенной диаграмме) при $x_L < x_C$, т.е. при активно – емкостной нагрузке; положительным $\varphi > 0$ при $x_L > x_C$, т.е. при активно – индуктивной нагрузке; равным нулю $\varphi = 0$ при $x_L = x_C$.

В случае неразветвленной цепи переменного тока с резистором, катушкой индуктивности и конденсатором при $x_L = x_C$, т.е. когда $x = x_L - x_C = 0$ и $z = r$ наступает резонанс, при котором напряжение и ток на входе рассматриваемой цепи совпадают по фазе $\varphi = 0$. Резонанс в неразветвленной цепи переменного тока называют *резонансом напряжений*, условием наступления которого является равенство реактивных сопротивлений конденсатора и катушки индуктивности. Ряд особенностей состояния цепи во время наступления резонанса обусловили его широкое использование в радиотехнике, электротехнике, измерительной технике и других областях.

В разветвленной цепи может преобладать емкостная или индуктивная проводимость, но возможен и частный случай, когда суммарная индуктивная проводимость $\sum b_{iL}$ в i -ой ветви равна суммарной емкостной проводимости $\sum b_{jC}$ в j -ой ветви, т.е.

$\sum b_{iL} = \sum b_{jC}$. Это условие *резонанса токов* – состояния подобного резонансу в неразветвленной цепи переменного тока, при котором ток и напряжение на входе цепи также совпадают по фазе, т.е. $\varphi = 0$.

5. ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА И АНАЛИЗА СЛОЖНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

Пример 5.1.

Задания на расчет:

Для данной сложной электрической цепи с заданными исходными параметрами:

- Начертить исходную схему замещения рассчитываемой цепи;
- Записать комплексные значения сопротивлений ветвей, источников ЭДС и источников токов;
- Записать системы уравнений, применяя непосредственно законы Кирхгофа для мгновенных значений, а затем для комплексных действующих значений;
- Определить комплексные действующие значения токов в ветвях методом контурных токов;
- Определить потенциалы узлов цепи, приняв равным нулю потенциал узла, указанного в задании;
- Определить показания ваттметра;
- Определить активную, реактивную и полную мощности цепи;
- Построить векторную диаграмму токов и напряжений для заданной цепи.

Исходные данные:

$X_{L1} = 45 \text{ Ом}; X_{C1} = 10 \text{ Ом}; X_{C2} = 65 \text{ Ом}; X_{L2} = 40 \text{ Ом}; R_3 = 55 \text{ Ом}; R_4 = 35 \text{ Ом}; X_{L4} = 25 \text{ Ом};$
 $X_{C4} = 45 \text{ Ом}; R_5 = 60 \text{ Ом}; R_6 = 50 \text{ Ом}; X_{L6} = 65 \text{ Ом}; X_{C6} = 20 \text{ Ом}; X_{C7} = 55 \text{ Ом}; E_2 = 70 \text{ В};$
 $\psi_{E2} = 30^\circ; E_6 = 110 \text{ В}; \psi_{E6} = 20^\circ; I_{01} = 3 \text{ А}; \psi_{I01} = 60^\circ; I_{05} = 3 \text{ А}; \psi_{I05} = 20^\circ; \varphi_2 = 0.$

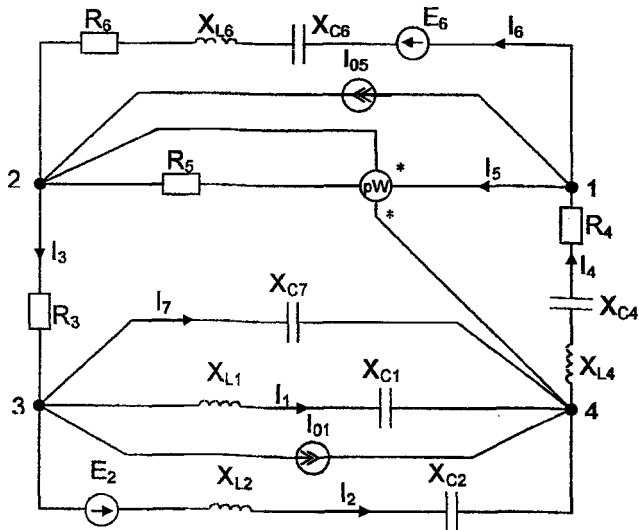


Рис. 9.

Решение:

1. Составляем принципиальную электрическую схему рассчитываемой цепи и указываем на ней условно – положительные направления токов в ветвях (рис.9).

2. Расчет и анализ заданной электрической цепи проведем символическим методом. Для чего:

- Записываем комплексные значения Э.Д.С. и токов источников, а также полных сопротивлений ветвей в алгебраической и показательной формах:

Источники Э.Д.С.:

$$\dot{E}_2 = 70 \cdot e^{j \cdot 30^\circ} = 70 \cdot (\cos 30^\circ + j \sin 30^\circ) = 60,62 + j35 \text{ В} ;$$

$$\dot{E}_6 = 110 \cdot e^{j \cdot 20^\circ} = 103,4 + j37,62 \text{ В}$$

Источники тока:

$$i_{01} = 3 \cdot e^{j \cdot 60^\circ} = 1,5 + j2,598 \text{ А} ;$$

$$i_{05} = 3 \cdot e^{j \cdot 20^\circ} = 2,819 + j1,026 \text{ А}$$

Полные сопротивления ветвей:

$$\underline{Z}_1 = R + j \cdot (X_{L1} - X_{C1}) = j \cdot (45 - 10) = j \cdot 35 = 35 \cdot e^{j \cdot 90^\circ} \text{ Ом} ;$$

$$\underline{Z}_2 = j \cdot (X_{L2} - X_{C2}) = j \cdot (40 - 65) = -j \cdot 25 = 25 \cdot e^{-j \cdot 90^\circ} \text{ Ом} ;$$

$$\underline{Z}_3 = R_3 = 55 \text{ Ом} ;$$

$$\underline{Z}_4 = R_4 + j \cdot (X_{L4} - X_{C4}) = 35 + j \cdot (25 - 45) = 35 - j \cdot 20 = 40,3 \cdot e^{-j \cdot 29,74^\circ} \text{ Ом} ;$$

$$\underline{Z}_5 = R_5 = 60 \text{ Ом} ;$$

$$\underline{Z}_6 = R_6 + j \cdot (X_{L6} - X_{C6}) = 50 + j \cdot (65 - 20) = 50 + j \cdot 45 = 67,27 \cdot e^{j \cdot 42^\circ} \text{ Ом} ;$$

$$\underline{Z}_7 = -j \cdot X_{C7} = -j \cdot 55 = 55 \cdot e^{-j \cdot 90^\circ} \text{ Ом}$$

- Чертим эквивалентную схему замещения рассчитываемой электрической цепи (рис.10.).

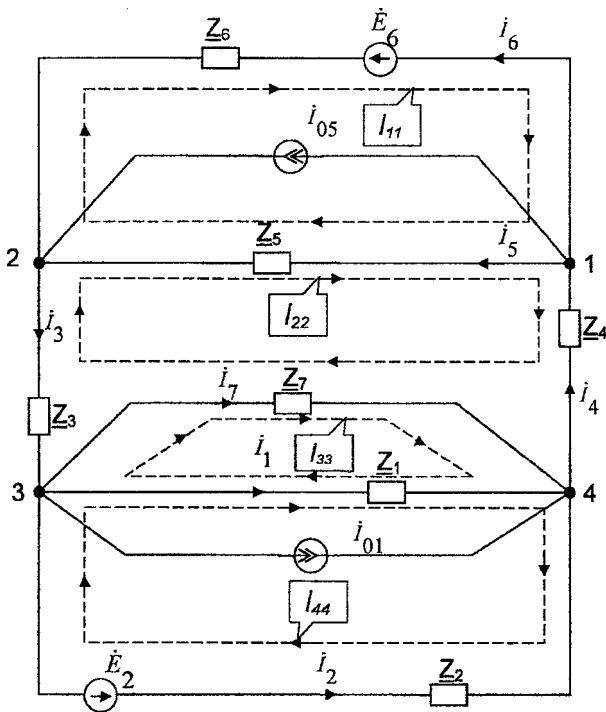


Рис.10.

3. Записываем систему уравнений для мгновенных и комплексных действующих значений:

Для мгновенных значений:

$$i_4 - i_5 - i_6 - i_{05} = 0; \quad (\text{узел 1})$$

$$i_6 + i_5 + i_{05} - i_3 = 0; \quad (\text{узел 2})$$

$$i_3 - i_7 - i_1 - i_{01} - i_{02} = 0; \quad (\text{узел 3})$$

$$i_5 R_5 - i_6 R_6 - L_6 \frac{di_6}{dt} - \frac{1}{C_6} \int i_6 dt = -e_6; \quad (\text{контур 11})$$

$$-i_3 R_3 - i_5 R_5 - i_4 R_4 - L_4 \frac{di_4}{dt} - \frac{1}{C_4} \int i_4 dt - \frac{1}{C_7} \int i_7 dt = 0; \quad (\text{контур 22})$$

$$\frac{1}{C_7} \int i_7 dt - \frac{1}{C_1} \int i_1 dt - L_1 \frac{di_1}{dt} = 0; \quad (\text{контур 33})$$

$$L_1 \frac{di_1}{dt} + \frac{1}{C_1} \int i_1 dt - \frac{1}{C_2} \int i_2 dt - L_2 \frac{di_2}{dt} = -e_2. \quad (\text{контур 44})$$

Для комплексных действующих значений:

$$\dot{I}_4 - \dot{I}_5 - \dot{I}_6 - \dot{I}_{05} = 0;$$

$$\dot{I}_6 + \dot{I}_5 + \dot{I}_{05} - \dot{I}_3 = 0;$$

$$\dot{I}_3 - \dot{I}_7 - \dot{I}_1 - \dot{I}_{01} - \dot{I}_{02} = 0;$$

$$\dot{I}_5 R_5 - \dot{I}_6 R_6 - \dot{I}_6 (jX_{L_6}) - \dot{I}_6 (-jX_{C_6}) = -\dot{E}_6;$$

$$-\dot{I}_3 R_3 - \dot{I}_5 R_5 - \dot{I}_4 R_4 - \dot{I}_4 (jX_{L_4}) - \dot{I}_4 (-jX_{C_4}) - \dot{I}_7 (-jX_{C_7}) = 0;$$

$$\dot{I}_7 (-jX_{C_7}) - \dot{I}_1 (-jX_{C_1}) - \dot{I}_1 (jX_{L_1}) = 0;$$

$$\dot{I}_1 (jX_{L_1}) + \dot{I}_1 (-jX_{C_1}) - \dot{I}_2 (-jX_{C_2}) - \dot{I}_2 (jX_{L_2}) = -\dot{E}_2.$$

4. Определяем по законам Кирхгофа комплексные действующие значения токов в ветвях методом контурных токов.

$$\begin{cases} \dot{I}_{11} \cdot (\underline{Z}_5 + \underline{Z}_6) - \dot{I}_{22} \cdot \underline{Z}_5 - \dot{I}_{05} \cdot \underline{Z}_5 = -\dot{E}_6; \\ \dot{I}_{22} \cdot (\underline{Z}_7 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_5 + \underline{Z}_4) - \dot{I}_{11} \cdot \underline{Z}_5 + \dot{I}_{05} \cdot \underline{Z}_5 - \dot{I}_{33} \cdot \underline{Z}_7 = 0; \\ \dot{I}_{33} \cdot (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_7) - \dot{I}_{22} \cdot \underline{Z}_7 - \dot{I}_{44} \cdot \underline{Z}_1 + \dot{I}_{01} \cdot \underline{Z}_1 = 0; \\ \dot{I}_{44} \cdot (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_1) - \dot{I}_{33} \cdot \underline{Z}_1 - \dot{I}_{01} \cdot \underline{Z}_1 = -\dot{E}_2. \end{cases}$$

Решив систему, находим:

- Значения контурных токов:

$$\dot{I}_{11} = -0,609 - j \cdot 0,191A;$$

$$\dot{I}_{22} = -2,07 - j \cdot 1,206A;$$

$$\dot{I}_{33} = -0,86 - j \cdot 3,55A;$$

$$\dot{I}_{44} = -1,261 + j \cdot 2,731A.$$

- Значения токов в ветвях цепи:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{44} - \dot{I}_{33} - \dot{I}_{01} = -1,901 + j \cdot 3,683 = 4,14 \cdot e^{j \cdot 117,3^\circ} A;$$

$$\dot{I}_2 = -\dot{I}_{44} = 1,261 - j \cdot 2,731 = 3 \cdot e^{-j \cdot 65,2^\circ} A;$$

$$\dot{I}_3 = -\dot{I}_{22} = 2,07 + j \cdot 1,206 = 2,39 \cdot e^{j \cdot 30,2^\circ} A;$$

$$\dot{I}_4 = -\dot{I}_{22} = 2,07 + j \cdot 1,206 = 2,39 \cdot e^{j \cdot 30,2^\circ} A;$$

$$\dot{I}_5 = \dot{I}_{11} - \dot{I}_{22} - \dot{I}_{05} = -1,358 - j \cdot 0,011 = 1,358 \cdot e^{j \cdot 185,5^\circ} A;$$

$$j_6 = -j_{11} = 0,609 + j \cdot 0,191 = 0,638 \cdot e^{j \cdot 17,4^\circ} A;$$

$$j_7 = j_{33} - j_{22} = 1,209 - j \cdot 2,344 = 2,637 \cdot e^{-j \cdot 62,72^\circ} A.$$

5. Определим потенциалы узлов цепи, приняв за нулевой потенциал. потенциал узла 2, т.е. $\phi_2 = 0, B$. Тогда

$$\phi_3 = \phi_2 - j_3 \cdot \underline{Z}_3 = 0 - 131,45 \cdot e^{j \cdot 30,2^\circ} = -113,8 - j \cdot 66,35 B;$$

$$\phi_4 = \phi_3 - j_1 \cdot \underline{Z}_1 = -113,8 - j \cdot 66,35 - 4,14 \cdot e^{j \cdot 117,3^\circ} \cdot 35 \cdot e^{j \cdot 90^\circ} = 15,06 + j \cdot 0,174 B;$$

$$\phi_1 = \phi_4 - j_4 \cdot \underline{Z}_4 = 15,06 + j \cdot 0,174 - 96,32 \cdot e^{j \cdot 0,46^\circ} = -81,51 - j \cdot 0,65 B;$$

$$\phi_2 = \phi_1 - j_5 \cdot \underline{Z}_5 = -81,51 - j \cdot 0,65 - 1,358 \cdot e^{j 185,5^\circ} \cdot 60 \approx 0 B.$$

6. Определяем показание ваттметра.

$$P_W = \operatorname{Re}[\dot{U}_{24} \cdot I_5^*], \text{ где } I_5^* = 1,358 \cdot e^{-j \cdot 185,5^\circ} A,$$

$$\dot{U}_{24} = \phi_2 - \phi_4 = 0 - 15,06 - j \cdot 0,174 = -15,06 - j \cdot 0,174 = 15,06 \cdot e^{j \cdot 181^\circ} B,$$

$$\text{тогда: } P_W = \operatorname{Re}[15,06 \cdot e^{j 181^\circ} \cdot 1,358 \cdot e^{-j 185,5^\circ}] = 20,38 \text{ Вт.}$$

7. Определяем активную, реактивную и полную мощность цепи.

Активная мощность:

$$P_n = \sum_{i=1}^n I_i^2 \cdot R_i;$$

$$P_n = I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 + I_6^2 R_6 = 2,39^2 \cdot 55 + 2,39^2 \cdot 35 + 1,358^2 \cdot 60 + 0,638^2 \cdot 50 = 314,17 + 199,92 + 110,65 + 20,35 = 645,09 \text{ Вт.}$$

Реактивная индуктивная мощность:

$$Q_L = \sum I_i^2 \cdot X_{L_i};$$

$$Q_L = I_1^2 \cdot X_{L_1} + I_2^2 \cdot X_{L_2} + I_4^2 \cdot X_{L_4} + I_6^2 \cdot X_{L_6} = 4,14^2 \cdot 45 + 3^2 \cdot 40 + 2,39^2 \cdot 25 + 0,638^2 \cdot 65 = 771,28 + 360 + 142,8 + 26,46 = 1300,53 \text{ ВАр}$$

Реактивная емкостная мощность:

$$Q_C = \sum I_i^2 \cdot X_{C_i};$$

$$Q_C = I_1^2 \cdot X_{C_1} + I_2^2 \cdot X_{C_2} + I_4^2 \cdot X_{C_4} + I_6^2 \cdot X_{C_6} + I_7^2 \cdot X_{C_7} =$$

$$= 4,14^2 \cdot 10 + 3^2 \cdot 65 + 2,39^2 \cdot 45 + 0,638^2 \cdot 20 + 2,637^2 \cdot 55 =$$

$$= 171,39 + 585 + 257 + 8,14 + 382,5 = 1404,5 \text{ Вар.}$$

Реактивная мощность цепи:

$$Q_{\text{цепи}} = Q_L - Q_C = 1300,53 - 1404,5 = -103,97 \text{ Вар.}$$

Полная мощность цепи:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{645,09^2 + 103,97^2} = 653,32 \text{ ВА.}$$

8. Строим векторную диаграмму токов и напряжений в выбранных масштабах (рис.11):

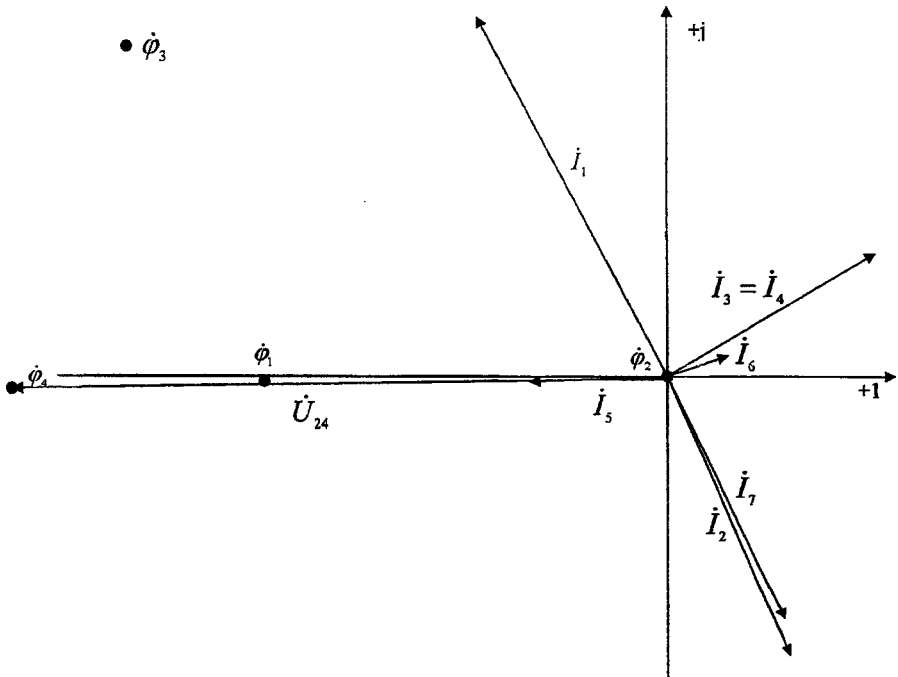


Рис.11.

Пример 5.2.

Задания на расчет.

Для данной сложной электрической цепи с заданными исходными параметрами:

- Начертить принципиальную схему рассчитываемой цепи;
- Начертить схему замещения цепи. Нанести на схеме условно-положительные направления ЭДС источника, напряжений и токов, а также падений напряжения на сопротивлениях ЛЭП;

- Определить ток каждого приемника (показания амперметров $PA1...PA6$);
- Определить ток в ЛЭП (показания амперметра $PA7$);
- По току в ЛЭП и напряжению в конце ЛЭП заменить группу приемников эквивалентным приемником;
- Определить падение напряжения в ЛЭП ;
- Определить напряжение на зажимах генератора (показание вольтметра $PV1$);
- Построить для заданной схемы (в масштабе) векторную диаграмму с указанием всех токов и напряжений. Выполнить анализ диаграммы: определить угол сдвига фаз между напряжениями и током в линии, а также потерю напряжения на проводах ЛЭП;
- Указать ветвь схемы, в которой имеет место резонанс напряжений. Определить напряжения на ее элементах;
- Указать группу ветвей, в которых имеет место резонанс токов;
- Определить активную, реактивную и полную мощности на каждом приемнике и эквивалентном приемнике;
- Составить баланс активных и реактивных мощностей приемников. Оценить относительную погрешность расчета.

Исходные данные:

К двухпроводной линии передачи (ЛЭП), питаемой от однофазного генератора G частотой 50 Гц (рис.12.), подключается параллельно через выключатели $S1...S3$ приемники $P1...P3$. Напряжение на зажимах генератора U_2 (в начале ЛЭП) измеряется вольтметром $PV1$, а на зажимах нагрузки U_n (в конце ЛЭП) - вольтметром $PV2$. Для измерения тока каждого приемника включены амперметры $PA1...PA3$, а для генератора $PA7$.

Примечание. Генератор считать идеальным, т.е. его внутреннее сопротивление равно нулю.

$f = 50$ Гц, $U_n = 127$ В, $R_l = 1$ Ом, $X_l = 3$ Ом,

$R_1 = 100$ Ом, $X_{L2} = 100$ Ом,

$X_{C3} = 60$ Ом, $R_3 = 80$ Ом.

Решение.

1. Чертим принципиальную электрическую схему цепи (рис. 12.):

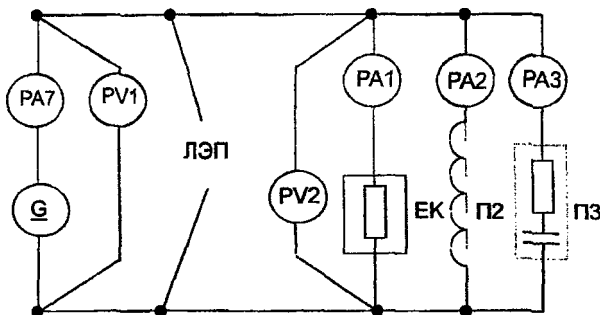


Рис.12.

2. Вычерчиваем схему замещения цепи (рис.13.). Активные и индуктивные сопротивления обоих проводов линии заменяем общими эквивалентными активным $R_{\text{л}}$ и индуктивным $X_{\text{л}}$ сопротивлениями. Наносим условно-положительные направления ЭДС $E_{\text{г}}$, напряжений $U_{\text{в}}$, $\Delta U_{\text{л}}$, $U_{\text{н}}$, падение напряжения в сопротивлениях линии $\Delta U_{\text{ла}}$ и $\Delta U_{\text{лр}}$, токов $I_{\text{л}}$, I_1 , I_2 , I_3 .

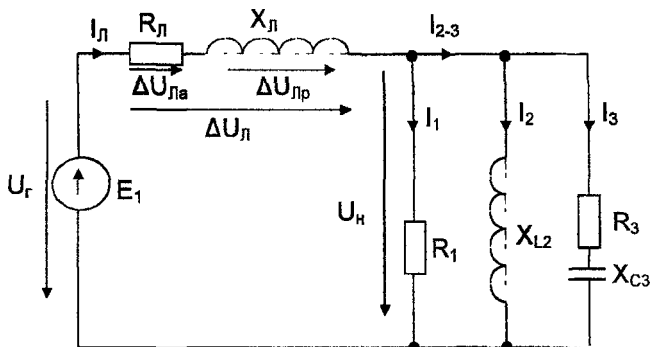


Рис.13.

На переменном токе ЭДС, напряжения и токи меняют свое направление дважды за период. Одно из направлений ЭДС внутри источника принимается за условно-положительное и указывается стрелкой.

По отношению к этому направлению устанавливаются условно-положительные направления напряжений и токов по правилам, установленным для постоянного тока: напряжение на источнике $U_{\text{г}}$ принимается противоположно $E_{\text{г}}$, тока $I_{\text{л}}$ - совпадающим с Э.Д.С. источника, направления напряжений и токов на приемниках электроэнергии совпадают.

При таком подходе в цепи переменного тока сохраняются те же правила для определения источников и приемников электроэнергии, что и при постоянном токе; если направления напряжения и тока совпадают, ветвь - приемник электроэнергии; если противоположны, ветвь - источник электроэнергии.

3. Определим токи каждого приемника, т.е. токи в параллельных ветвях схемы. Полные сопротивления приемников:

$$Z_1 = R_1 = 100 \text{ Ом}; \quad Z_2 = X_{\text{л}2} = 100 \text{ Ом}; \quad Z_3 = \sqrt{R_3^2 + (X_{\text{с}3})^2} = \sqrt{80^2 + (60)^2} = 100 \text{ Ом}.$$

Токи приемников:

$$I_1 = \frac{U_{\text{г}}}{Z_1} = \frac{127}{100} = 1,27 \text{ А}; \quad I_2 = \frac{U_{\text{г}}}{Z_2} = \frac{127}{100} = 1,27 \text{ А}; \quad I_3 = \frac{U_{\text{г}}}{Z_3} = \frac{127}{100} = 1,27 \text{ А}.$$

Для упрощения построения этих токов на векторной диаграмме определим их активные и реактивные составляющие.

Величины $\cos \varphi$, $\sin \varphi$ и φ определяются по следующим формулам:

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z}; \quad \sin \varphi = \frac{(X_{\text{л}} - X_{\text{с}})}{Z}; \quad \varphi = \arcsin \frac{(X_{\text{л}} - X_{\text{с}})}{Z}.$$

Индуктивные сопротивления входят в формулы со знаком «+», а емкостные со знаком «-», что определяет знак угла.

Величины $\cos\varphi$, $\sin\varphi$ и φ ветвей:

$$\begin{aligned}\cos\varphi_1 &= \frac{R_1}{Z_1} = \frac{100}{100} = 1; & \sin\varphi_1 &= \frac{X_{cl} - X_{cl}}{Z_1} = \frac{0}{100} = 0; \\ \cos\varphi_2 &= \frac{R_2}{Z_2} = \frac{0}{100} = 0; & \sin\varphi_2 &= \frac{X_{L2}}{Z_2} = \frac{100}{100} = 1; \\ \cos\varphi_3 &= \frac{R_3}{Z_3} = \frac{80}{100} = 0,8; & \sin\varphi_3 &= \frac{-X_{C3}}{Z_3} = \frac{-60}{80} = -0,75.\end{aligned}$$

Активные и реактивные составляющие токов ветвей:

$$\begin{aligned}I_{1a} &= I_1 \cdot \cos\varphi_1 = 1,27 \cdot 1 = 1,27 \text{ A}; \\ I_{1p} &= I_1 \cdot \sin\varphi_1 = 1,27 \cdot 0 = 0 \text{ A}; \\ I_{2a} &= I_2 \cdot \cos\varphi_2 = 1,27 \cdot 0 = 0 \text{ A}; \\ I_{2p} &= I_2 \cdot \sin\varphi_2 = 1,27 \cdot 1 = 1,27 \text{ A}; \\ I_{3a} &= I_3 \cdot \cos\varphi_3 = 1,27 \cdot 0,8 = 1,016 \text{ A}; \\ I_{3p} &= I_3 \cdot \sin\varphi_3 = 1,27 \cdot (-0,75) = -0,95 \text{ A}.\end{aligned}$$

4. Определяем ток линии I_n .

Общий ток параллельно соединенных ветвей

$I_n = \sqrt{(\sum I_a)^2 + (\sum I_L - \sum I_C)^2} = \sqrt{(\sum I_a)^2 + (\sum I_p)^2}$, где $\sum I_a$ и $\sum I_p$ - активная и реактивная составляющие общего тока.

Здесь $\sum I_a$ равна арифметической сумме активных составляющих токов ветвей, а $\sum I_p$ - алгебраической сумме реактивных составляющих токов ветвей, где индуктивные токи берутся со знаком «+», а емкостные токи - со знаком «-». Для данной схемы:

$$I_n = \sqrt{(I_{1a} + I_{3a})^2 + (I_{2p} - I_{3p})^2} = \sqrt{(1,27 + 1,016)^2 + (1,27 - 0,95)^2} = 2,31 \text{ A}.$$

5. По общему току приемника I_n и общему для них напряжению U_2 заменяем группу приемников одним эквивалентным, сопротивление которого $Z_s = \frac{U_n}{I_n} = \frac{127}{2,31} = 54,98 \text{ Ом}$.

По активной $\sum I_a$ и реактивной $\sum I_p$ составляющим и общему току I_n определяем величину $\cos\varphi_s$ и $\sin\varphi_s$ эквивалентного приемника:

$$\begin{aligned}\cos\varphi_s &= \frac{\sum I_a}{I_n} = \frac{1,27 + 1,016}{2,31} = 0,99; \\ \sin\varphi_s &= \frac{\sum I_p}{I_n} = \frac{1,27 - 0,95}{2,31} = 0,14.\end{aligned}$$

Определяем сопротивление эквивалентного приемника:

$$R_3 = Z_3 \cos \varphi_3 = 54,98 \cdot 0,99 = 54,43 \text{ Ом}, \quad X_3 = Z_3 \sin \varphi_3 = 54,98 \cdot 0,14 = 7,7 \text{ Ом}$$

и составляем схему замещения цепи с эквивалентным приемником (рис. 14).

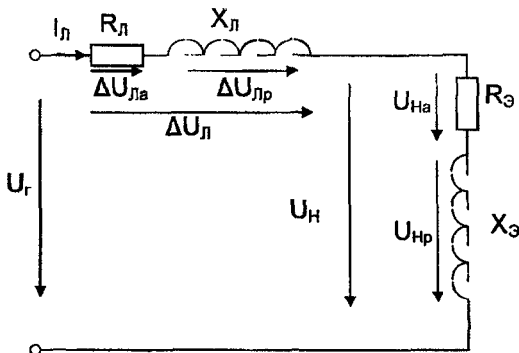


Рис. 14.

Так как в реактивной составляющей общего тока $\sum I_p$ преобладает индуктивный ток ($\sum I_p > 0$), то реактивное сопротивление эквивалентного потребителя – индуктивное, X_{L3} . Напряжение U_H состоит из активной U_{Ha} (на сопротивлении R_3) и реактивной U_{Hp} (на сопротивлении X_3) составляющих напряжений, причем $U_H = U_{Ha} + U_{Hp}$.

Составляющие U_{Ha} и U_{Hp} определяются через U_H , $\cos \varphi_3$, $\sin \varphi_3$ эквивалентного приемника: $U_{Ha} = U_H \cdot \cos \varphi_3 = 127 \cdot 0,99 = 125,73 \text{ В}$;

$$U_{Hp} = U_H \cdot \sin \varphi_3 = 127 \cdot 0,14 = 17,8 \text{ В}.$$

6. Определяем падение напряжения в ЛЭП ΔU_L .

Активная составляющая падения напряжения в ЛЭП:

$$\Delta U_{La} = R_L \cdot I_L = 1 \cdot 2,31 = 2,31 \text{ В}.$$

Реактивная составляющая падения напряжения в ЛЭП:

$$\Delta U_{Lp} = X_L \cdot I_L = 3 \cdot 2,31 = 6,93 \text{ В}.$$

Падение напряжения в ЛЭП:

$$\Delta U_L = \sqrt{\Delta U_{La}^2 + \Delta U_{Lp}^2} = \sqrt{2,31^2 + 6,93^2} = 7,3 \text{ В}.$$

7. Определяем напряжение на зажимах генератора.

Из схемы (рис. 14) следует, что $\dot{U}_G = \Delta \dot{U}_L + \dot{U}_H$.

Векторы $\Delta \dot{U}_L$ и \dot{U}_H образуются активными и реактивными составляющими напряжений на активных и реактивных сопротивлениях эквивалентной последовательной цепи (рис. 14).

Общее напряжение эквивалентной последовательной цепи:

$$U_G = \sqrt{(\sum U_a)^2 + (\sum (U_L - U_C))^2} = \sqrt{(\sum U_a)^2 + (\sum U_p)^2},$$

где $\sum U_a = U_{Ha} + \Delta U_{La}$ и $\sum U_p = U_{Hp} + \Delta U_{Lp}$ - активная и реактивная составляющие напряжения на зажимах генератора U_r :

$$U_r = \sqrt{(U_{Ha} + \Delta U_{La})^2 + (U_{Hp} + \Delta U_{Lp})^2} = \sqrt{(125,7 + 2,31)^2 + (17,8 + 6,93)^2} = 130,4 \text{ В.}$$

8. Строим векторную диаграмму (рис.15). Строим векторы токов и напряжений в выбранных масштабах $M_U \dots \text{В/см}$; $M_I \dots \text{А/см}$:

Строим в произвольном направлении согласно выбранному масштабу вектор \dot{U}_H напряжения на нагрузке. Ток I_1 - совпадает по фазе с напряжением $U_1 = U_H$, поскольку имеет только активную составляющую. Поэтому вектор \dot{I}_1 строим в масштабе вдоль направления вектора \dot{U}_H . Т.к. ток I_2 имеет только положительную реактивную (индуктивную) составляющую (т.е. отстает по фазе от напряжения $U_2 = U_H$ на угол $\pi/2$). Следовательно вектор \dot{I}_2 строим под углом 90° , откладывая его из конца вектора \dot{I}_1 , по часовой стрелке относительно направления вектора \dot{U}_H . Строим вектор тока \dot{I}_3 , откладывая его из конца вектора \dot{I}_2 и учитывая, что ток I_3 имеет активную (совпадающую по фазе с напряжением $U_3 = U_H$) и отрицательную реактивную (опережающую по фазе напряжение $U_3 = U_H$ на угол $\pi/2$) составляющие. Согласно первому закону Кирхгофа: $\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = \dot{I}_L$. Суммируя вектора токов в ветвях, строим вектор тока на входе цепи \dot{I}_L . В соответствии со вторым законом Кирхгофа: $\dot{U}_H + \Delta \dot{U}_L = \dot{U}_r$. Для определения вектора напряжения на зажимах генератора \dot{U}_r из конца вектора напряжения на нагрузке \dot{U}_H строим вектор падения напряжения в линии $\Delta \dot{U}_L$. При этом учитываем, что активная составляющая ΔU_{Lp} совпадает по фазе с током I_L , а реактивная ΔU_{La} - опережает его на угол $\pi/2$. Суммируя вектора падений напряжения $\Delta \dot{U}_L$ в линии и \dot{U}_H в нагрузке, строим вектор напряжения на зажимах генератора \dot{U}_r .

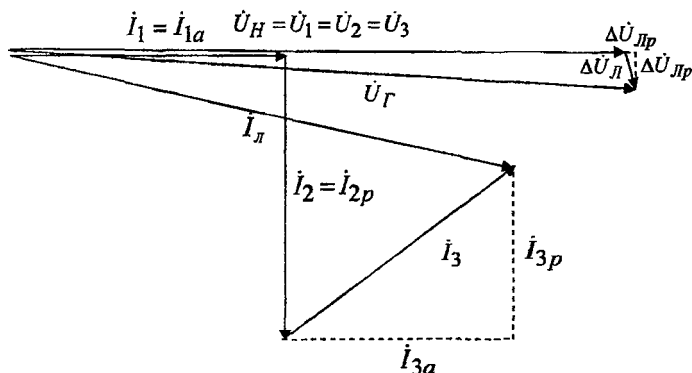


Рис.15.

Из диаграммы (рис.15) следует, что напряжение \dot{U}_r опережает ток \dot{j}_L на угол φ .
 Падение напряжения в ЛЭП ΔU определим, измерив длину вектора $\Delta \dot{U}_L$ и умножив ее на масштаб напряжения. Напряжение на нагрузке, в следствии падения напряжения в проводах ЛЭП, меньше напряжения на зажимах генератора.

9. Определяем, есть ли в цепи участки, в которых имеет место резонанс напряжений. Поскольку ни на одном из участков схемы не выполняется условие резонанса напряжений (равенство индуктивного и емкостного сопротивлений $X_L = X_C$), делаем вывод, что в рассматриваемой цепи резонанса напряжений нет.

10. Определяем, есть ли в цепи группы ветвей, в которых имеет место резонанс токов. Для чего рассчитываем реактивные проводимости ветвей по формулам:

$$b_L = \frac{x_L}{z^2}; b_C = \frac{x_C}{z^2}.$$

Для первой ветви:

$$b_{1L} = b_{1C} = 0.$$

Для второй ветви:

$$b_{2L} = \frac{1}{100} = 0,01 \text{ См}, b_{2C} = 0.$$

Для третьей ветви:

$$b_{3L} = 0, b_{3C} = \frac{60}{100} = 0,6 \text{ См}.$$

В рассматриваемой цепи резонанса токов нет, поскольку ни для каких ветвей не выполняется его условие – равенство реактивных проводимостей $b_L = b_C$.

11. Определяем активные, реактивные и полные мощности каждого приемника отдельно и эквивалентного приемника соответственно.

Активные мощности:

$$P_1 = U_H \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1 = 127 \cdot 1,27 \cdot 1 = 161,29 \text{ Вт};$$

$$P_2 = U_H \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2 = 127 \cdot 1,27 \cdot 0 = 0 \text{ Вт};$$

$$P_3 = U_H \cdot I_3 \cdot \cos \varphi_3 = 127 \cdot 1,27 \cdot 0,8 = 129,03 \text{ Вт};$$

$$P_9 = U_H \cdot I_9 \cdot \cos \varphi_9 = 127 \cdot 2,31 \cdot 0,98 = 287,5 \text{ Вт};$$

Реактивные мощности:

$$Q_1 = U_H \cdot I_1 \cdot \sin \varphi_1 = 127 \cdot 1,27 \cdot 0 = 0 \text{ ВАР};$$

$$Q_2 = U_H \cdot I_2 \cdot \sin \varphi_2 = 127 \cdot 1,27 \cdot 1 = 161,3 \text{ ВАР};$$

$$Q_3 = U_H \cdot I_3 \cdot \sin \varphi_3 = 127 \cdot 1,27 \cdot (-0,75) = -120,97 \text{ ВАР};$$

$$Q_9 = U_H \cdot I_9 \cdot \sin \varphi_9 = 127 \cdot 2,31 \cdot 0,14 = 41,07 \text{ ВАР};$$

Полные мощности:

$$S_1 = U_H \cdot I_1 = 127 \cdot 1,27 = 161,3 \text{ ВА};$$

$$S_2 = U_H \cdot I_2 = 127 \cdot 1,27 = 161,3 \text{ ВА};$$

$$S_3 = U_H \cdot I_3 = 127 \cdot 1,27 = 161,3 \text{ ВА};$$

$$S_9 = U_H \cdot I_9 = 127 \cdot 2,31 = 293,37 \text{ ВА};$$

12. Составляем баланс активных и реактивных мощностей.

Активные мощности. Общая потребляемая приемниками активная мощность равна арифметической сумме активных мощностей всех потребителей $\sum P_i$, т.е. $P_1 +$

$$P_2 + P_3 = \sum P_i.$$

Получаем: $(161,29 + 0 + 129,03) = 290,32 \text{ Вт}$.

Относительная погрешность расчета:

$$\Delta P\% = \frac{P_{\Sigma} - \sum P_i}{P_{\Sigma}} \cdot 100\% = \frac{287,5 - 290,32}{287,5} \cdot 100\% = 0,98\%.$$

Реактивные мощности. Общая потребляемая из сети приемниками реактивная мощность равна алгебраической сумме реактивных мощностей всех потребителей

$$\sum Q_i, \text{ т.е. } Q_1 + Q_2 + Q_3 = \sum Q_i.$$

Получаем: $(0 + 161,3 - 120,97) = 40,33 \text{ ВАр}$.

Относительная погрешность расчета:

$$\Delta Q\% = \frac{Q_{\Sigma} - \sum Q_i}{Q_{\Sigma}} \cdot 100\% = \frac{41,07 - 40,33}{41,07} \cdot 100\% = 0,18\%.$$

6. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ И ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА И АНАЛИЗА РЕЖИМОВ РАБОТЫ ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ

В технике, кроме однофазных электрических цепей, широкое распространение находят многофазные цепи. Под многофазной электрической цепью понимают совокупность электрических цепей, в которых действуют несколько Э.Д.С. с одинаковыми амплитудами и частотами, сдвинутые по фазе относительно друг друга на определенные равные углы.

Практическое применение нашли симметричные двенадцати- и шестифазные системы – в выпрямителях (в которых угол сдвига фаз между Э.Д.С. составляет 30° и 60° соответственно), двухфазные – в автоматике (в которых угол сдвига фаз между Э.Д.С. – 90°). Однако преимущественное распространение получила трехфазная система (в которой угол сдвига фаз между Э.Д.С. равен 120°), которая повсеместно используется в промышленности, сельском хозяйстве, при производстве и передаче электроэнергии. Это обусловлено следующими ее преимуществами по сравнению с однофазной системой: более высокие технико-экономические показатели при производстве и передаче электроэнергии; возможность получения вращающегося магнитного поля; значительно меньшие пульсации выпрямленного напряжения; возможность создания и эксплуатации относительно простых, надежных и экономичных генераторов, двигателей и трансформаторов.

Трехфазная система Э.Д.С. состоит из трех сдвинутых относительно друг друга по фазе на угол 120° синусоидальных Э.Д.С. равной частоты и амплитуды:

$$e_A = E_m \cdot \sin \omega \cdot t; \tag{6.1}$$

$$e_B = E_m \cdot \sin(\omega \cdot t - 120^\circ);$$

$$e_C = E_m \cdot \sin(\omega \cdot t - 240^\circ) = E_m \cdot \sin(\omega \cdot t + 120^\circ).$$

Глобальными источниками этой системы служат трехфазные синхронные генераторы электростанций (тепловых, гидро-, атомных и т.д.). В качестве локальных (местных) источников трехфазной сети, как правило, рассматриваются трехфазные трансформаторы, входящие в систему ЛЭП.

Практическое применение нашли только связанные трехфазные системы, в которых отдельные фазы (участки трехфазной цепи, по которым протекают одни и те же токи) электрически соединены друг с другом. Для получения связанной трехфазной системы

фазные обмотки источника и приемники соединяют по схеме «треугольник» (в которой условный конец первой фазы соединяется с условным началом второй фазы, условный конец второй – с условным началом третьей, конец третьей – с началом первой, а к началам фаз присоединяют линейные провода и обозначают - Δ) или «звезда» (в которой условные концы фаз соединяют в одной точке, называемой *нулевой (нейтральной)*, а к условным началам присоединяют линейные провода и обозначают - Y). При этом существуют две схемы соединения «звезда» - *трехпроводная (Y)* и *четырёхпроводная (Y_0) с нулевым (нейтральным) проводом*, соединяющим нулевые точки источника и потребителя. Условные начала обмоток источника на схемах обозначают прописными буквами A, B, C , а концы - X, Y, Z . Для обозначения начал и концов фаз нагрузок используют соответственно эти же, но уже строчные буквы (a, b, c и x, y, z).

За условно положительное направление Э.Д.С. в каждой фазе принимают направление от конца к началу обмотки. Положительное направление тока в обмотках источника совпадает с направлением соответствующей Э.Д.С. Согласно закону Ома *фазные напряжения* (разность потенциалов между началом и концом фазной обмотки) источника направляются от начала к концу фазы, а *линейные напряжения* (разность потенциалов между линейными проводами) – от начала одной фазы к концу другой. Положительным направлением *линейных токов* (токов текущих в линейных проводах, соединяющих начала соответствующих фаз источника и приемника) считают направление от генератора к потребителю. В этом случае независимо от способа соединения фаз нагрузок положительным направлением *фазных токов* (токов текущих в фазах нагрузки) в нагрузке будет направление от начала к концу. Очевидно, положительное направление фазных напряжений потребителя будет совпадать с направлением фазных токов в его фазах.

Комплексные значения Э.Д.С. можно представить в виде (считая начальную фазу Э.Д.С. фазы A источника равной 0):

$$\dot{E}_A = E; \dot{E}_B = E \cdot e^{-j120^\circ}; \dot{E}_C = E \cdot e^{j120^\circ}. \quad (6.2)$$

Если пренебречь внутренним сопротивлением фаз источника, то фазные напряжения источника будут равны соответствующим фазным Э.Д.С.:

$$\dot{E}_A = \dot{U}_A; \dot{E}_B = \dot{U}_B; \dot{E}_C = \dot{U}_C. \quad (6.3)$$

Тогда, согласно второму закону Кирхгофа, линейные напряжения системы:

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B; \dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C; \dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A. \quad (6.4)$$

Для трехфазных цепей применимы все методы расчета цепей переменного тока, в том числе символический метод и метод векторных диаграмм. Причем, векторные диаграммы можно строить как для напряжений и токов источника, так и для напряжений и токов приемников.

При соединении фаз источника и потребителей по схеме «звезда» в трехпроводной цепи с *симметричной* ($Z_a=Z_b=Z_c$) нагрузкой и в четырехпроводной – с любой нагрузкой, фазные напряжения приемников можно считать (пренебрегая сопротивлением линейных проводов) равными соответственным фазным напряжениям источника. Причем их действующие значения (модули комплексов) будут одинаковы и меньше в $\sqrt{3}$ раз линейного напряжения:

$$U_a = U_b = U_c = U_{фл} = \frac{U_n}{\sqrt{3}}. \quad (6.5)$$

Аналогичное утверждение справедливо в случае соединения фаз источника и потребителей по схеме «треугольник», причем не зависимо от характера нагрузки, но при этом фазные напряжения нагрузки будут равны фазным напряжениям источника, которые равны линейным:

$$U_{ab} = U_{bc} = U_{ca} = U_{\phi\Delta} = U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_{\phi} \quad (6.6)$$

Для схемы трехпроводной звезды фазные напряжения при несимметричной нагрузке не равны между собой и определяются соответствующей векторной разностью фазного напряжения источника и напряжения смещения нейтрали \underline{U}_{nN} (разности потенциалов между нулевыми точками источника и потребителя):

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A - \dot{U}_{nN}; \dot{U}_b = \dot{U}_B - \dot{U}_{nN}; \dot{U}_c = \dot{U}_C - \dot{U}_{nN}, \quad (6.7)$$

где

$$\dot{U}_{nN} = \frac{Y_a \dot{U}_A + Y_b \dot{U}_B + Y_c \dot{U}_C}{Y_a + Y_b + Y_c}, \quad (6.8)$$

здесь Y_a, Y_b, Y_c – комплексные значения проводимостей фаз нагрузки.

В соответствии с законом Ома ток в любой фазе:

$$\dot{I}_\phi = \frac{\dot{U}_\phi}{Z_\phi}, \quad (6.9)$$

где Z_ϕ – комплексное значение полного сопротивления данной фазы. Для схем соединения Y фазные и линейные токи равны:

$$I_{\phi Y} = I_n. \quad (6.10)$$

При этом для нулевых точек источника и приемника справедлив первый закон Кирхгофа:

-для схемы Y :

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0, \quad (6.11)$$

-для схемы $Y\Delta$:

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = \dot{I}_{nN}. \quad (6.12)$$

Для соединения приемников Δ линейные токи определяются также в соответствии с первым законом Кирхгофа:

$$\begin{aligned} \dot{I}_A &= \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca}; \\ \dot{I}_B &= \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab}; \\ \dot{I}_C &= \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc}. \end{aligned} \quad (6.13)$$

Векторные диаграммы трехфазной цепи для Э.Д.С., токов и напряжений строят обычно (если в исходных данных не указаны начальные фазовые углы Э.Д.С.), придерживаясь следующих правил. Один из векторов фазного напряжения источника (как правило фазы A), направляют вертикально вверх или горизонтально вправо. Векторы напряжений в фазах B и C строят с учетом их фазовых сдвигов по отношению к построенному вектору напряжения фазы A . Векторы линейных напряжений строят геометрически в соответствии с уравнениями (6.4). При этом следует помнить, что эти вектора должны образовать равносторонний треугольник и их сумма всегда равна нулю.

При соединении фаз Y нейтральная точка N источника на векторной диаграмме всегда сохраняют свое геометрическое положение, являющееся центром окружности, вписанной в равносторонний треугольник линейных напряжений. Геометрическое местоположение нейтральной точки приемника n определяют по напряжению смещения нейтрали U_{nN} . При наличии нейтрального провода, а также для симметричной нагрузки, соединенной трехпроводной звездой, $U_{nN}=0$ и на диаграмме нейтральные точки источника и нагрузки совпадают.

Трехфазную цепь можно рассматривать как совокупность трех однофазных цепей, поэтому активная и реактивная мощности в ней равны суммам мощностей отдельных фаз:

- для схемы Y :

- активная мощность:

$$P_Y = P_a + P_b + P_c;$$

- реактивная мощность:

$$Q_Y = Q_a + Q_b + Q_c;$$

- для схемы Δ :

- активная мощность:

$$P_\Delta = P_{ab} + P_{bc} + P_{ca};$$

- реактивная мощность:

$$Q_\Delta = Q_{ab} + Q_{bc} + Q_{ca};$$

Фазная активная мощность рассчитывается так же, как и для однофазного приемника:

$$P_\phi = U_\phi I_\phi \cos \varphi_\phi = g_\phi I_\phi^2.$$

Фазная реактивная мощность рассчитывается аналогично, как и для однофазного

приемника:

$$Q_\phi = U_\phi I_\phi \sin \varphi_\phi = x_\phi I_\phi^2.$$

Полная мощность трехфазной цепи:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}, \text{ при этом } S \neq S_a + S_b + S_c \text{ (для схемы } Y)$$

и $S \neq S_{ab} + S_{bc} + S_{ca}$ (для схемы Δ).

Мощности трехфазной цепи могут быть определены в комплексной форме:

- для схемы Y :

$$\begin{aligned} \tilde{S}_Y &= P + j \cdot Q = \tilde{S}_a + \tilde{S}_b + \tilde{S}_c = \dot{U}_a \cdot \dot{I}_a^* + \dot{U}_b \cdot \dot{I}_b^* + \dot{U}_c \cdot \dot{I}_c^* = \\ &= (P_a + P_b + P_c) + j \cdot (Q_a + Q_b + Q_c) / \end{aligned}$$

- для схемы Δ :

$$\begin{aligned} \tilde{S}_\Delta &= P + j \cdot Q = \tilde{S}_{ab} + \tilde{S}_{bc} + \tilde{S}_{ca} = \dot{U}_{ab} \cdot \dot{I}_{ab}^* + \dot{U}_{bc} \cdot \dot{I}_{bc}^* + \dot{U}_{ca} \cdot \dot{I}_{ca}^* = \\ &= (P_{ab} + P_{bc} + P_{ca}) + j \cdot (Q_{ab} + Q_{bc} + Q_{ca}). \end{aligned}$$

При симметричной нагрузке мощности всех фаз одинаковы, поэтому мощность трехфазной цепи равна утроенной мощности одной фазы:

$$\begin{aligned} P &= 3 \cdot P_\phi = 3 \cdot U_\phi \cdot I_\phi \cdot \cos \varphi_\phi; \\ Q &= 3 \cdot Q_\phi = 3 \cdot U_\phi \cdot I_\phi \cdot \sin \varphi_\phi; \\ S &= 3 \cdot S_\phi = 3 \cdot U_\phi \cdot I_\phi. \end{aligned} \tag{6.14}$$

Мощности при симметричной нагрузке могут быть выражены и через линейные напряжения и токи:

$$\begin{aligned} P &= \sqrt{3} \cdot U_n \cdot I_n \cdot \cos \varphi_\phi; \\ Q &= \sqrt{3} \cdot U_n \cdot I_n \cdot \sin \varphi_\phi; \\ S &= \sqrt{3} \cdot U_n \cdot I_n. \end{aligned} \quad (6.15)$$

При этом формулы мощности одинаковы независимо от схемы соединения приемников.

7. ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА И АНАЛИЗА ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ

Пример 7.1.

Задания на расчет:

Для данной трехфазной цепи с заданными исходными параметрами:

- Начертить схему замещения заданной цепи с учетом параметров приемников;
- Определить фазные токи приемников, включенных по схеме треугольник;
- Построить векторную диаграмму для предыдущего пункта задания, определить с ее помощью линейные токи приемников, включенных по схеме треугольник;
- Определить токи приемников, включенных по схеме звезда с нейтральным проводом;
- Построить векторную диаграмму для предыдущего пункта задания, с ее помощью определить ток в нейтральном проводе;
- Определить графическим методом (по совмещенной векторной диаграмме) суммарные токи, потребляемые приемниками из питающей линии;
- Вычислить активные мощности фаз приемников, включенных по схемам звезда и треугольник, суммарную активную мощность всей цепи;
- Вычислить реактивные мощности фаз приемников, включенных по схемам звезда и треугольник;
- Начертить схему замещения приемников, включенных по схеме треугольник, при обрыве линейного провода, соединяющего точку b приемника с линией B , и определить для этого случая токи в фазах этих приемников и в линейных проводах. Построить векторную диаграмму для этого случая.

Примечание. Сопротивления проводов линии электропередачи намного меньше сопротивлений приемников. Ими при составлении схемы замещения пренебречь.

- Расчет задачи выполнить методом разложения токов и напряжений приемников на активно-реактивную составляющие.

Исходные данные:

а) параметры приемников, соединенных треугольником:

$R_{ab} = 5 \text{ Ом}; X_{ab} = 0 \text{ Ом}; R_{bc} = 5 \text{ Ом}; X_{bc} = 0 \text{ Ом}; R_{ca} = 5 \text{ Ом}; X_{ca} = 0 \text{ Ом}.$

б) параметры приемников, соединенных звездой:

$R_a = 6 \text{ Ом}; X_a = 8 \text{ Ом}; R_b = 10 \text{ Ом}; X_b = 0 \text{ Ом}; R_c = 10 \text{ Ом}; X_c = 0 \text{ Ом}.$

Линейное напряжение сети $U_n = 380 \text{ В}.$

Решение.

1. Соответствующая заданию схема замещения приведена на рис.16. На ней стрелками указаны условно-положительные направления заданных линейных (\dot{U}_{AB} , \dot{U}_{BC} , \dot{U}_{CA}) и фазных ($\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$) напряжений сети (источника), фазных напряжений приемников звезды ($\dot{U}_a, \dot{U}_b, \dot{U}_c$) и треугольника ($\dot{U}_{ab}, \dot{U}_{bc}, \dot{U}_{ca}$); фазных и линейных ($\dot{I}_{ab}, \dot{I}_{bc}, \dot{I}_{ca}, \dot{I}_{a\Delta}, \dot{I}_{b\Delta}, \dot{I}_{c\Delta}$) токов нагрузки для треугольника; фазных (они же линейные) токов нагрузки для звезды ($\dot{I}_{aY}, \dot{I}_{bY}, \dot{I}_{cY}$); общих линейных токов, поступающих по линии от источников ($\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$), тока нейтрали \dot{I}_0 .

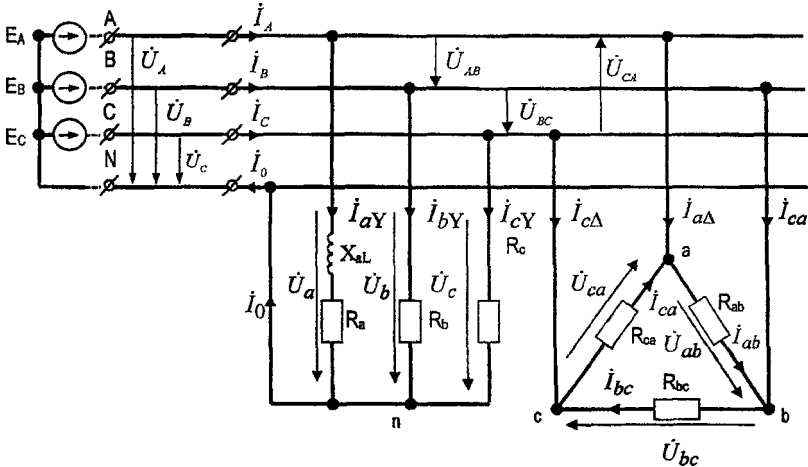


Рис.16.

2. Определяем фазные токи приемников, соединенных треугольником. Для треугольника $U_{\phi} = U_{л}$.

Нагрузка фаз симметрична, поэтому токи и углы определяются для одной фазы. Величины токов:

$$I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} = \frac{U_{ab}}{Z_{ab}} = \frac{U_{ab}}{R_{ab}} = \frac{380}{5} = 76 \text{ A.}$$

Определяем углы сдвига фаз между напряжениями и токами:

$$\cos \varphi_{ab} = \cos \varphi_{bc} = \cos \varphi_{ca} = \frac{R_{ab}}{Z_{ab}} = \frac{5}{5} = 1; \sin \varphi_{ab} = \sin \varphi_{bc} = \sin \varphi_{ca} = \frac{X_{ab}}{Z_{ab}} = \frac{0}{5} = 0; \varphi_{ab} = 0.$$

3. Строим (рис.17) векторную диаграмму для приемников, включенных треугольником.

Порядок построения.

- Выбираем масштабы для напряжений и токов ($M_U = \dots \text{ В/см}$, $M_I = \dots \text{ А/см}$);

- Строим в масштабе треугольник векторов линейных напряжений сети $\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$, которые для приемников, соединенных треугольником, совпадают с фазными напряжениями $\dot{U}_{ab}, \dot{U}_{bc}, \dot{U}_{ca}$ (при пренебрежении сопротивлением проводов линии);

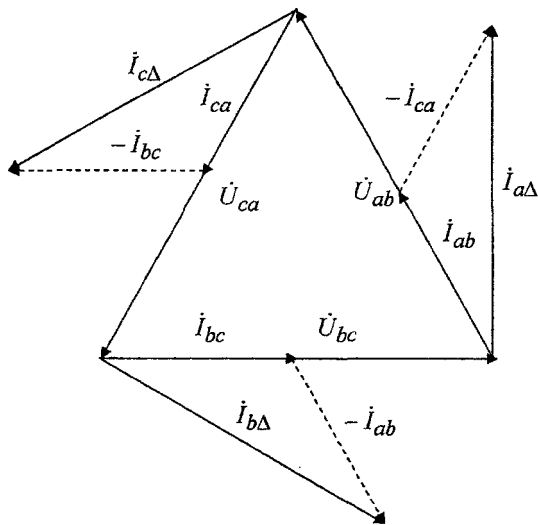


Рис. 17.

- С учетом углов сдвига фаз строим векторы токов $\dot{I}_{ab}, \dot{I}_{bc}, \dot{I}_{ca}$. Для приемников с активной нагрузкой угол сдвига фаз равен 0. Векторы фазных токов нагрузки направлены вдоль соответствующих векторов фазных напряжений;
- Определяем линейные токи треугольника.

Для узлов a, b, c схемы треугольник (рис. 16) можно записать уравнения, связывающие линейные и фазные токи:

$$\dot{I}_{a\Delta} = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca}; \quad \dot{I}_{b\Delta} = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab}; \quad \dot{I}_{c\Delta} = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc}.$$

В соответствии с этими уравнениями к вектору \dot{I}_{ab} на диаграмме приставляем вектор $-\dot{I}_{ca}$. Их сумма дает вектор $\dot{I}_{a\Delta}$. Аналогично строим векторы, $\dot{I}_{b\Delta}$ и $\dot{I}_{c\Delta}$. Измерив длину отрезков, выражающих векторы, и умножив на масштаб токов, находим: $\dot{I}_{a\Delta} = \dot{I}_{b\Delta} = \dot{I}_{c\Delta} = 131,64 \text{ A}$.

Вследствие симметрии приемников, соединенных треугольником, все линейные токи одинаковы и в $\sqrt{3}$ раз больше фазных, опережая последние на угол 30° .

4. Определяем токи приемников, соединенных звездой. Нагрузка фаз несимметрична, но, так как в схеме имеется нейтральный провод (рис. 16), напряжение на каждой фазе звезды принудительно поддерживается равным фазному напряжению источника. Следовательно: $U_a = U_b = U_c = U_\phi / \sqrt{3} = 380 / \sqrt{3} = 220 \text{ В}$.

Так как нагрузка фаз несимметрична, токи и углы определяются для каждой фазы отдельно. Для звезды линейные токи, потребляемые из линейных проводов сети, равны фазным $I_{\phi Y} = I_{\phi Y}$.

$$I_{aY} = \frac{U_a}{Z_{aY}} = \frac{U_a}{\sqrt{R_a^2 + X_a^2}} = \frac{220}{\sqrt{6^2 + 8^2}} = \frac{220}{10} = 22 \text{ A};$$

$$I_{bY} = \frac{U_b}{Z_b} = \frac{U_b}{R_b} = \frac{220}{10} = 22 \text{ A};$$

$$I_{cY} = \frac{U_c}{Z_c} = \frac{U_c}{R_c} = \frac{220}{10} = 22 \text{ A};$$

$$\cos \varphi_a = \frac{R_a}{Z_a} = \frac{6}{10} = 0,6; \quad \sin \varphi_a = \frac{X_a}{Z_a} = \frac{8}{10} = 0,8; \quad \varphi_a = 53,13^\circ;$$

$$\cos \varphi_b = \frac{R_b}{Z_b} = \frac{10}{10} = 1; \quad \sin \varphi_b = \frac{X_b}{Z_b} = \frac{0}{5} = 0; \quad \varphi_b = 0^\circ;$$

$$\cos \varphi_c = \frac{R_c}{Z_c} = \frac{10}{10} = 1; \quad \sin \varphi_c = \frac{X_c}{Z_c} = \frac{0}{10} = 0; \quad \varphi_c = 0^\circ.$$

5. Строим векторную диаграмму токов и напряжений и определяем по ней ток в нейтральном проводе (рис. 18).

Порядок построения векторной диаграммы:

- Выбираем масштабы $M_U = \dots \text{ В/см}, M_I = \dots \text{ А/см};$
- Строим треугольник векторов линейных напряжений сети $\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$ и в нем звезду векторов фазных напряжений сети $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$; последние одновременно являются векторами напряжений $\dot{U}_a, \dot{U}_b, \dot{U}_c$ на фазах приемников, соединенных звездой с нейтральным проводом (при пренебрежении сопротивлением проводов линии);
- Строим векторы фазных токов нагрузки, соединенных звездой (они же линейные токи нагрузки). Для фазы а-х с активно-индуктивной нагрузкой угол сдвига фаз $\varphi_a = 53,13^\circ$, вектор тока \dot{I}_{aY} откладывается под углом $53,13^\circ$ по часовой стрелке от вектора \dot{U}_a . Для фаз b - y и c - z с активной нагрузкой угол сдвига фаз $\varphi_b = \varphi_c = 0^\circ$. Векторы \dot{I}_b и \dot{I}_c откладываются вдоль направления соответствующих векторов \dot{U}_c и \dot{U}_b ;
- По векторной диаграмме находим ток нейтрали I_0 . Для узла N (рис. 16) в соответствии с первым законом Кирхгофа: $\dot{I}_0 = \dot{I}_{aY} + \dot{I}_{bY} + \dot{I}_{cY}$

В соответствии с этим уравнением суммируем векторы токов (пунктиры на рис. 18) и получаем вектор \dot{I}_0 . Измерив его длину и умножив на масштаб тока, получаем: $I_0 = 26 \text{ А}$.

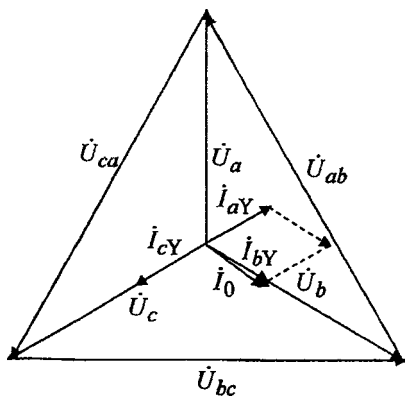


Рис.18.

6. Определяем суммарные токи, потребляемые совместно приемниками, включенными звездой и треугольником. Для схемы (рис.16) по первому закону Кирхгофа:

$$\text{Узел a: } \dot{I}_A = \dot{I}_{a\Delta} + \dot{I}_{aY},$$

$$\text{Узел b: } \dot{I}_B = \dot{I}_{b\Delta} + \dot{I}_{bY},$$

$$\text{Узел c: } \dot{I}_C = \dot{I}_{c\Delta} + \dot{I}_{cY},$$

т.е. общий ток в каждом линейном проводе сети равен сумме токов в проводах, посредством которых приемники подключаются к этим линейным проводам. Для нахождения токов по этим векторным уравнениям строим совмещенную диаграмму (рис.19).

- Выбираем масштабы: $M_U = \dots \text{В/см}$; $M_I = \dots \text{А/см}$.
- Строим треугольник линейных ($\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$) и звезду фазных ($\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$) векторов напряжений трехфазной сети (рис.19).
- Из центра треугольников откладываем в масштабе векторы $\dot{I}_{a\Delta}, \dot{I}_{b\Delta}, \dot{I}_{c\Delta}$ путем параллельного переноса из диаграммы (рис.17), т.е. с сохранением углов относительно векторов $\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$ и аналогично векторы $\dot{I}_{aY}, \dot{I}_{bY}, \dot{I}_{cY}$ из диаграммы (рис.18) с сохранением углов относительно векторов $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$.

• Геометрическим сложением векторов $\dot{I}_{a\Delta}$ и \dot{I}_{aY} находим вектор \dot{I}_A .

Аналогично находим векторы токов \dot{I}_B и \dot{I}_C . Измерив длины векторов $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$ и умножив их на масштаб, получим: $I_A = 139 \text{ А}$; $I_B = 154 \text{ А}$; $I_C = 154 \text{ А}$.

Несимметрия потребителей приводит к неодинаковой нагрузке разных фаз линии и источника, что невыгодно для электрической сети.

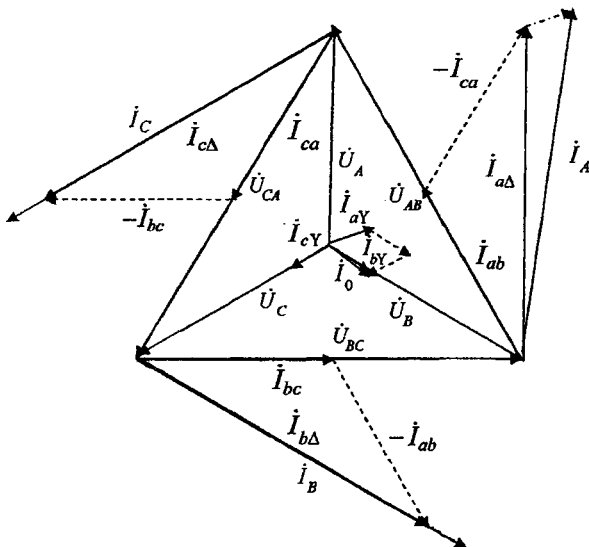


Рис.19.

- Проверка расчета. Сумма токов, направленных к нагрузке и от нее, должна быть равна нулю, т.е. должно выполняться условие: $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C + \dot{I}_0 = 0$.

Для проверки решения строим многоугольник векторов в соответствии с этим выражением в масштабе $M_I = \dots$ А/см (рис.20).

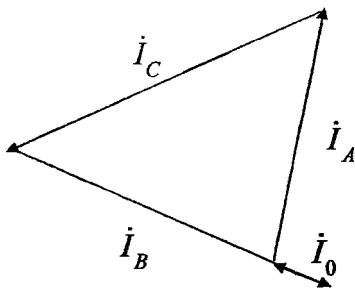


Рис.20.

7. Вычисляем активные мощности приемников, соединенных треугольником и звездой. Общая формула активной мощности в фазе независимо от схем включения:

$$P_{\phi} = U_{\phi} I_{\phi} \cos \varphi_{\phi}$$

При симметричных приемниках рассчитываем мощность для одной фазы, так как их мощности одинаковы.

При соединении треугольником

$$P_{ав} = P_{bc} = P_{ca} = U_{ab} \cdot I_{ab} \cdot \cos \varphi_{ab} = 380 \cdot 76 \cdot 1 = 28880 \text{ Вт} = 28,88 \text{ кВт};$$

При соединении звездой

$$P_a = U_a \cdot I_a \cdot \cos \varphi_a = 220 \cdot 22 \cdot 0,6 = 2904 \text{ Вт} = 2,904 \text{ кВт};$$

$$P_b = U_b \cdot I_b \cdot \cos \varphi_b = 220 \cdot 22 \cdot 1 = 4840 \text{ Вт} = 4,84 \text{ кВт};$$

$$P_c = U_c \cdot I_c \cdot \cos \varphi_c = 220 \cdot 22 \cdot 1 = 4840 \text{ Вт} = 4,84 \text{ кВт}.$$

Общая активная мощность любой цепи равна арифметической сумме мощностей всех отдельных приемников.

Тогда при соединении треугольником:

$$P_{\Delta} = 3 \cdot P_{\phi} = 3 \cdot 28,88 = 85,64 \text{ кВт}$$

При соединении звездой:

$$P_Y = P_a + P_b + P_c = 2,90 + 4,84 + 4,84 = 12,58 \text{ кВт}.$$

Для цепи в целом: $P = P_{\Delta} + P_Y = 85,64 + 12,58 = 98,22 \text{ кВт}$.

8. Вычисляем реактивные мощности отдельных фаз потребителей, включенных звездой и треугольником. Общая формула реактивной мощности в фазе для обеих схем включения $Q_{\phi} = U_{\phi} I_{\phi} \sin \varphi_{\phi}$, причем, при индуктивном сопротивлении фазы это будет индуктивная мощность (условно приписываем знак "+"), при емкостном – емкостная мощность (условно приписываем знак "-"). При несимметричной нагрузке реактивная мощность определяется для каждой фазы отдельно.

При соединении треугольником:

$$Q_{ab} = Q_{bc} = Q_{ca} = U_{ab} \cdot I_{ab} \cdot \sin \varphi_{ab} = 380 \cdot 76 \cdot 0 = 0.$$

При соединении звездой:

$$Q_a = U_a \cdot I_a \cdot \sin \varphi_a = 220 \cdot 22 \cdot 0,8 = 4840,8 \text{ ВАр} = 4,84 \text{ кВАр};$$

$$Q_b = U_b \cdot I_b \cdot \sin \varphi_b = 220 \cdot 22 \cdot 0 = 0;$$

$$Q_c = U_c \cdot I_c \cdot \sin \varphi_c = 220 \cdot 22 \cdot 0 = 0.$$

9. Схема замещения приемников, включенных треугольником при обрыве линейного провода, который соединяет точку b приемника с линией В, представлена на рис. 21. При обрыве линейного провода В – b на приемниках только одно напряжение U_{ca} , т.е. цепь становится эквивалентной однофазной. Потребители фаз a-x и b-y (т.е. потребители, включенные на зажимы a-b и b-c) оказались включенными между собой последовательно. Их общее сопротивление:

$$Z_{abc} = R_{ab} + R_{bc} = 5 + 5 = 10 \text{ Ом}; \quad \varphi_{abc} = \arcsin \frac{X_{bc}}{Z_{bc}} = \arcsin \frac{0}{10} = 0^\circ;$$

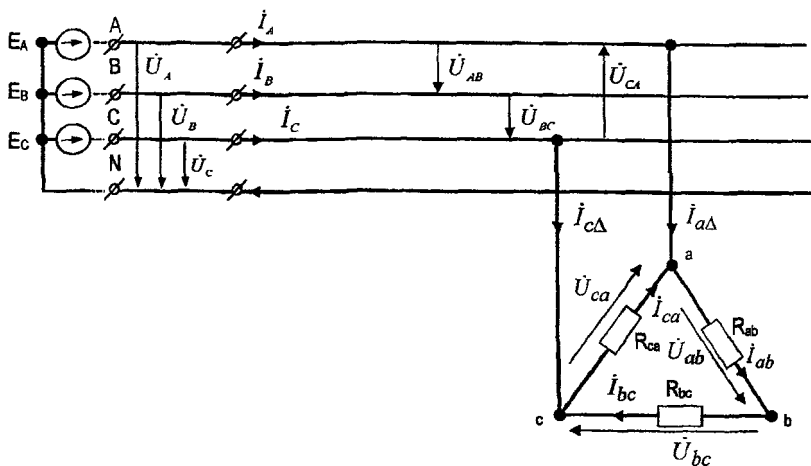


Рис.21.

$$\text{Ток } I_{ab} = I_{bc} = \frac{U_{ca}}{Z_{abc}} = \frac{380}{10} = 38 \text{ A.}$$

По значениям I_{ab} и φ_{ab} строим вектор тока $\dot{i}_{ab} = \dot{I}_{bc}$ (рис.22) относительно напряжения \dot{U}_{ca} . Ток в фазе с-а (потребитель, включенный на зажимы с-а) от обрыва линейного провода В-в не изменился, потому что напряжение осталось таким же, как и до обрыва. Следовательно, ток $I_{ca} = 76 \text{ A}$ и $\varphi_{ca} = 0^\circ$.

В соответствии с этим на диаграмме (рис.22) строим вектор тока \dot{i}_{ca} . Токи в линии А и линии С равны между собой: $\dot{I}_{a\Delta} = \dot{I}_{c\Delta} = \dot{I}_{ab} + \dot{I}_{ca} = 38 + 38 = 76 \text{ A}$.

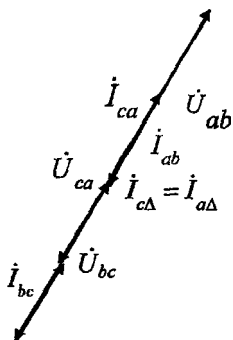


Рис. 22.

Суммируя геометрически векторы \dot{I}_{ab} и \dot{I}_{ca} на векторной диаграмме, строим вектор $\dot{I}_{a\Delta} = \dot{I}_{c\Delta}$.

Пример 7.2.

Задания на расчет.

Для данной трехфазной цепи с заданными исходными параметрами:

- оставить и начертить схему замещения трехфазной трехпроводной электрической цепи с трехфазным симметричным источником Э.Д.С. (обмотки генератора соединены по схеме Y) и присоединенной к нему нагрузкой, включенной по схеме Y, указав на ней условно положительные направления токов, Э.Д.С. и напряжений;
- Определить комплексные действующие фазные и линейные напряжения источника (генератора) и приемника (нагрузки), а также напряжение смещения нейтрали;
- Определить фазные и линейные токи;
- Определить активную мощность всей цепи и каждой фазы отдельно;
- Построить векторную диаграмму токов и напряжений;
- Составить электрическую схему данной трехфазной цепи, показав на ней измерительные приборы, необходимые для измерения значений величин, определенных в задаче.

Исходные данные:

$$E_A = 140 \text{ В}; \psi_A = 40^\circ; r_a = 55 \text{ Ом}; x_{Ca} = 25 \text{ Ом}; x_{Cb} = 45 \text{ Ом}; x_{Lc} = 25 \text{ Ом}.$$

Решение:

Принципиальная электрическая схема рассчитываемой трехфазной цепи представлена на рис.23.

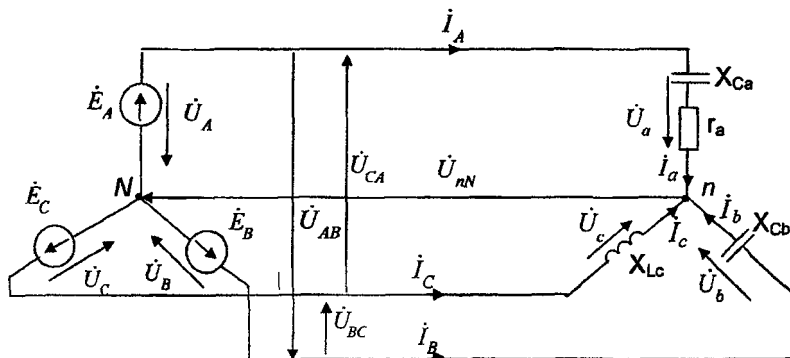


Рис.23.

1. Чертим расчетную схему замещения заданной электрической цепи (рис.24):

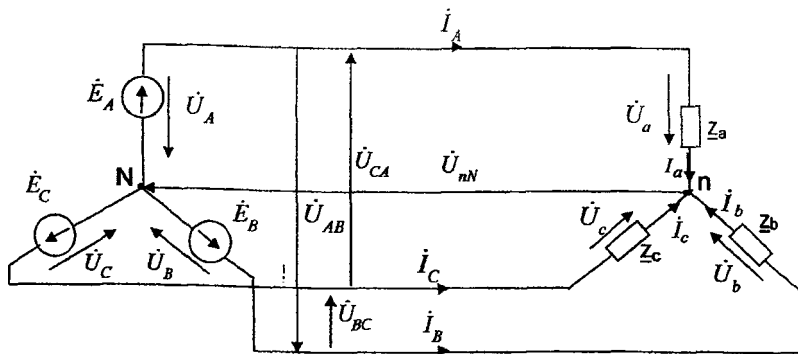


Рис.24.

Записываем комплексные значения фазных Э.Д.С. генератора:

$$\dot{E}_A = \dot{U}_A = 140e^{j40^\circ} = 107,25 + j \cdot 89,99 \text{ В};$$

$$\dot{E}_B = \dot{U}_B = 140e^{j(40-120)^\circ} = 140e^{-j80^\circ} = 24,31 - j \cdot 137,87 \text{ В};$$

$$\dot{E}_C = \dot{U}_C = 140e^{j(40+120)^\circ} = 140e^{j160^\circ} = -131,56 + j \cdot 47,88 \text{ В}.$$

Записываем комплексные значения полных сопротивлений и проводимостей фаз приёмника:

$$\underline{Z}_a = 55 - j25 = 60,42e^{-j24,44^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Y}_a = \frac{1}{\underline{Z}_a} = \frac{1}{60,42e^{-j24,44^\circ}} = 0,017e^{j24,44^\circ} \text{ См};$$

$$\underline{Z}_b = -j \cdot 45 = 45e^{-j90^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Y}_b = \frac{1}{\underline{Z}_b} = \frac{1}{45e^{-j90^\circ}} = 0,022e^{j90^\circ} \text{ См};$$

$$\underline{Z}_c = j \cdot 25 = 25e^{j90^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Y}_c = \frac{1}{\underline{Z}_c} = \frac{1}{25e^{j90^\circ}} = 0,04e^{-j90^\circ} \text{ См}.$$

2. Находим линейные напряжения цепи по второму закону Кирхгофа:

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B = 107,25 + j \cdot 89,99 - 24,31 + j \cdot 137,87 =$$

$$= 82,94 + j \cdot 227,86 = 242,49e^{j70^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C = 24,31 - j \cdot 137,87 + 131,56 - j \cdot 47,88 =$$

$$= 155,87 - j \cdot 185,75 = 242,49e^{-j50^\circ} \text{ В};$$

$$\begin{aligned}\dot{U}_{ca} &= \dot{U}_c - \dot{U}_a = -131,56 + j \cdot 47,88 - 107,25 - j \cdot 89,99 = \\ &= -238,81 - j \cdot 42,11 = 242,49 e^{-j17^\circ} \text{ В.}\end{aligned}$$

3. Определяем напряжение смещения нейтрали методом двух узлов:

$$\begin{aligned}\dot{U}_{nN} &= \frac{\dot{U}_a \cdot \underline{Y}_a + \dot{U}_b \cdot \underline{Y}_b + \dot{U}_c \cdot \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c} = \\ &= \frac{140 e^{j40^\circ} \cdot 0,017 e^{j24,44^\circ} + 140 e^{-j80^\circ} \cdot 0,022 e^{j90^\circ} + 140 e^{j160^\circ} \cdot 0,04 e^{-j90^\circ}}{0,017 e^{j24,44^\circ} + 0,022 e^{j90^\circ} + 0,04 e^{-j90^\circ}} = \\ &= 521,05 e^{j88,2^\circ} = 16,37 + j \cdot 520,79 \text{ В.}\end{aligned}$$

4. Рассчитываем фазные напряжения нагрузки по второму закону Кирхгофа:

$$\begin{aligned}\dot{U}_a &= \dot{U}_A - \dot{U}_{nN} = 107,25 + j \cdot 89,99 - 16,37 - j \cdot 520,79 = \\ &= 90,88 - j \cdot 430,8 = 440,3 e^{-j78,08^\circ}, \text{ В;} \\ \dot{U}_b &= \dot{U}_B - \dot{U}_{nN} = 24,31 - j \cdot 137,87 - 16,37 - j \cdot 520,79 = \\ &= 7,94 - j \cdot 658,66 = 658,71 e^{-j89,31^\circ}, \text{ В;} \\ \dot{U}_c &= \dot{U}_C - \dot{U}_{nN} = -131,56 + j \cdot 47,88 - 16,37 - j \cdot 520,79 = \\ &= -147,93 - j \cdot 472,91 = 495,51 e^{-j107,37^\circ}, \text{ В.}\end{aligned}$$

5. Находим по закону Ома фазные токи нагрузки, они же линейные:

$$\begin{aligned}\dot{I}_a = \dot{I}_A &= \frac{\dot{U}_a}{\underline{Z}_a} = \frac{440,3 e^{-j78,08^\circ}}{60,42 e^{-j24,44^\circ}} = 7,29 e^{-j53,64^\circ} = 4,32 - j \cdot 5,87 \text{ А;} \\ \dot{I}_b = \dot{I}_B &= \frac{\dot{U}_b}{\underline{Z}_b} = \frac{658,71 e^{-j89,31^\circ}}{45 e^{-j90^\circ}} = 14,64 e^{j0,69^\circ} = 14,63 + j \cdot 0,18 \text{ А;} \\ \dot{I}_c = \dot{I}_C &= \frac{\dot{U}_c}{\underline{Z}_c} = \frac{495,51 e^{-j107,37^\circ}}{25 e^{j90^\circ}} = 19,82 e^{-j197,37^\circ} = -18,92 + j \cdot 5,92 \text{ А.}\end{aligned}$$

По первому закону Ома:

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 4,32 - j \cdot 5,87 + 14,63 + j \cdot 0,18 - 18,92 + j \cdot 5,92 = 0,03 + j \cdot 0,23 \text{ А} \approx 0,$$

т.е. расчет выполнен верно.

6. Рассчитываем активные мощности фаз нагрузки:

$$P_a = I_a^2 r_a = 7,13^2 \cdot 55 = 2796,03 \text{ Вт};$$

$$P_b = 0; P_c = 0; P_\Sigma = P_a + P_b + P_c = P_a = 2796,03 \text{ Вт.}$$

7. Выбрав масштабы по току и напряжению, строим векторную диаграмму токов и напряжений данной схемы (рис.25):

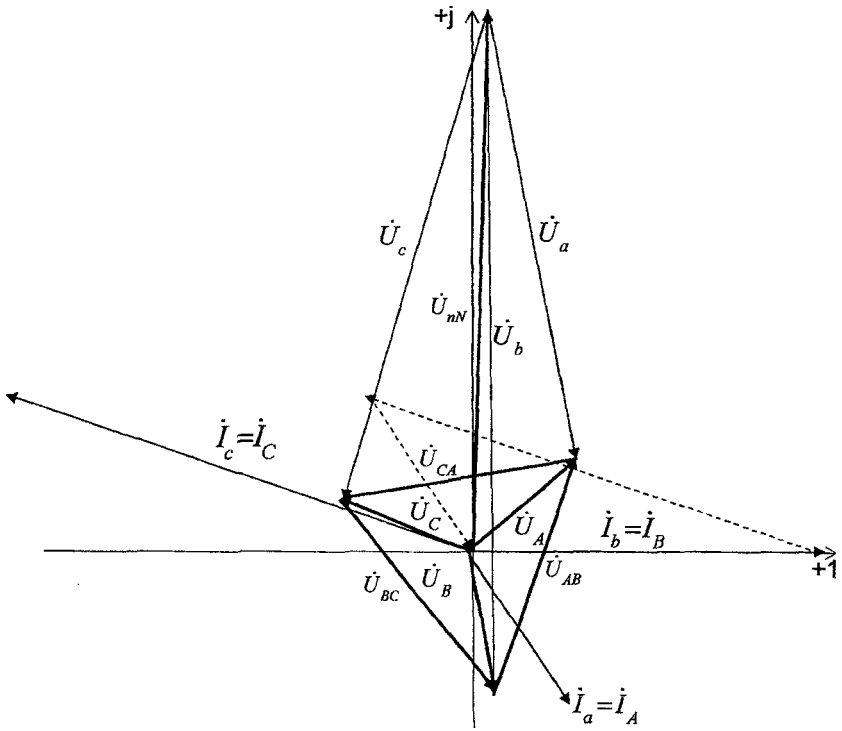


Рис.25.

8. Составляем схему соединения с указанием измерительных приборов (рис.26).

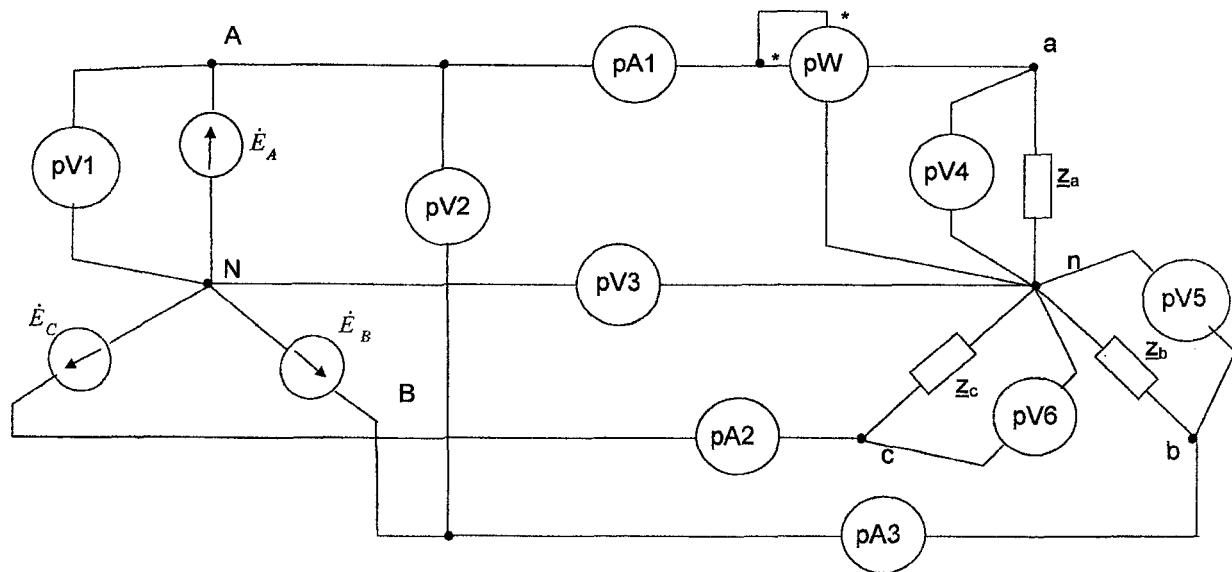


Рис.26.

Примечание: Поскольку трехфазная система симметричная, т.е. $E_A = E_B = E_C = U_A = U_B = U_C$, то для измерения фазных Э.Д.С. и напряжений источника достаточно одного вольтметра (pV1). Аналогично для линейных напряжений ($U_{AB} = U_{BC} = U_{CA}$), которые в схеме измеряются вольтметром pV2. Вольтметр pV3 измеряет действующее значение напряжения смещения нейтрали – U_{nN} . Вольтметры pV4, pV5, pV6 – измеряют фазные напряжения приемника (U_a ; U_b ; U_c - соответственно). В данной схеме линейные токи равны соответственным фазным токам нагрузки ($I_A = I_a$; $I_B = I_b$; $I_C = I_c$), измеряются соответственно амперметрами pA1, pA2, pA3. Поскольку только в фазе a приемника есть активная нагрузка, потребляющая активную мощность, в цепь включен один ваттметр pW, который ее измеряет.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. М.: Высш. шк., 1996.
2. Борисов Ю.М., Липатов Д.Н. Электротехника. -М.: Энергоатомиздат, 1985.
3. Брускин Д.Э.,Зохорович А.Е.,Хвостов В.С. Электрические машины: в 2-х ч. – М.: Высш. шк., 1979.
4. Волынский В.А., Зейн Е.И. Электротехника. -М.:Энергоатомиздат, 1987.
5. Зевеке Г.В., Ионкин П.А., Нетушил А.В., Страхов С.В. Основы теории цепей. -М.: Энергоатомиздат, 1989.
6. Иванов И.И., Равдоник В.С. Электротехника. -М.: Высш.шк., 1984.
7. Касаткин А.С., Немцов Н.В. Электротехника. -М.: Высш. шк., 2000.
8. Коровкин Н.В., Селина Е.Е., Чечурин В.Л. Теоретические основы электротехники: Сборник задач. – СПб.: Питер, 2004.
9. Москаленко В.В. Справочник электромонтера. -М.: ПрофОбрИздат, 2002.
10. Рекус Г.Г., Белоусов А.И. Сборник задач по электротехнике и основам электроники: учебное пособие для неэлектротехн. спец. вузов.- М.: Высш. шк., 1991.
11. Сборник задач по электротехнике и основам электроники. М.Ю.Анвельт, В.Г.Герасимов, В.П.Данильченко и др. / Под ред. В.С.Пантюшина. - М.:Высш.шк., 1979.
12. Справочное пособие по электротехнике и основам электроники / Под ред. Нетушила А.В. - М.: Высш. школа, 1986.

УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

Составители:

Игорь Михайлович Панасюк

Александр Иванович Пекун

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

по выполнению электротехнических расчетов
с примерами решения типовых задач
для студентов неэлектротехнических специальностей
дневной и заочной форм обучения

Часть 1

Ответственный за выпуск: Панасюк И.М..

Редактор: Строкач Т.В.

Компьютерная верстка: Боровикова Е.А.

Корректор: Никитчик Е.В.

Подписано к печати 18.12.2006 г. Формат 60x84 ¹/₁₆. Усл. п. л. 3,5. Уч.-изд. л. 3,75.
Заказ № 1174. Тираж 150 экз. Отпечатано на ризографе учреждения образования
«Брестский государственный технический университет».
224017, г. Брест, ул. Московская, 267.