активности студентов и их способности к использованию математики в смежных научных областях. В результате повышаются знания студентов не только по теоретической механике, но и по математике, физике, информатике и по специальным дисциплинам.

МЕТОДИКА РАСЧЕТА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ СВОБОДНО ОПЕРТЫХ ПЛАСТИН, ТОЛЩИНА КОТОРЫХ ЯВЛЯЕТСЯ ФУНКЦИЕЙ ПОВЕРХНОСТНЫХ КООРДИНАТ

Ракецкий В.М., Савченко В.А., Смаль А.С., Хведчук В.И., Черненко С.В., Черненко Н.В.

При проектировании конструкций минимального веса необходимо осуществлять прочностной расчет пластин, толщина которых $h(x,y)$ является произвольной функцией декартовых координат x,y. Предполагая, что во всей прямоугольной области G толщина пластинки $h(x,y)$ изменяется плавно, без резких скачков, разрешающее дифференциальное уравнение пластинки переменной толщины можно записать в виде

$$\Delta\left(D\Delta W\right)-\left(1-\nu\right)L\left(D,W\right)=q,$$

где Δ — оператор Лапласа, $D=D(x,y)$ — цилиндрическая жесткость, W — нормальный прогиб, ν — коэффициент Пуассона, $q=q(x,y)$ — интенсивность внешней нагрузки,

$$L\left(D,W\right)=\frac{\partial^2 D}{\partial x^2}\frac{\partial^2 W}{\partial y^2}-2\frac{\partial^2 D}{\partial x\partial y}\frac{\partial^2 W}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 D}{\partial y^2}\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}.$$

Разрешающее уравнение четвертого порядка при помощи введения приведенного изгибающего момента сводится к системе уравнений второго порядка

$$\begin{cases}\Delta M-\left(1-\nu\right)L\left(D,W\right)=q,\\ M-D\Delta W=0.\end{cases}$$

Переходя к безразмерным величинам, получим

$$\begin{cases}\dfrac{\partial^2 \overline{M}}{\partial\beta^2}+\lambda^{-2}\dfrac{\partial^2 \overline{M}}{\partial\alpha^2}-\dfrac{1-\nu}{\mu}L\left(\overline{D},W\right)=\dfrac{\overline{q}b^2}{h_0^2},\\ \dfrac{\partial^2 W}{\partial\alpha^2}+\lambda^2\dfrac{\partial^2 W}{\partial\beta^2}-\mu\dfrac{\overline{M}}{\overline{D}}=0.\end{cases}$$

В матричной записи эта система уравнений примет вид

$$\left[A\right]\vec{Z}_{\alpha\alpha}+\left[B\right]\vec{Z}_{\beta\beta}+\left[C\right]\vec{Z}_{\alpha\beta}+\left[G\right]\vec{Z}=\vec{R},$$

где индекс при вектор-функции $\vec{Z}$ означает дифференцирование по соответствующей безразмерной координате.

Граничные условия свободного опирания краев прямоугольной пластинки в векторной форме

$$\vec{Z}\Big|_{\substack{\alpha=0\\ \alpha=1}} = 0; \qquad \vec{Z}\Big|_{\substack{\beta=0\\ \beta=1}} = 0.$$

Компонентами вектор-столбца $\vec{Z} = \left(\overline{W}, \overline{M}\right)$ являются искомые величины $\overline{W} = W/h_0$ и $\overline{M} = M/\left(Eh_0^2\right)$.

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ НАПРЯЖЁННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПЛАСТИНКИ, ТОЛЩИНА КОТОРОЙ ЗАДАНА ЛИНЕЙНОЙ ФУНКЦИЕЙ, В СЛУЧАЕ ПОСТОЯННОЙ ПОПЕРЕЧНОЙ НАГРУЗКИ

Ракецкий В.М., Савченко В.А., Смаль А.С., Хведчук В.И., Черненко С.В., Черненко Н.В.

В безразмерных переменных α, β прямоугольная область G отображается в квадратную со стороной, равной единице. Каждая из сторон делится на N равных частей и область G покрывается квадратной сеткой. Шаг сетки $\delta = 1/N$.

Для получения конечно-разностного аналога векторного уравнения

$$[A]\vec{Z}_{\alpha\alpha} + [B]\vec{Z}_{\beta\beta} + [C]\vec{Z}_{\alpha\beta} + [G]\vec{Z} = \vec{R}$$

применяются центральные операторы, имеющие погрешность квадрата шага $O\left(h^2\right)$:

$$\vec{Z}_{\alpha\alpha} = \frac{\vec{Z}_{i+1,j} - 2\vec{Z}_{i,j} + \vec{Z}_{i-1,j}}{\delta^2};$$

$$\vec{Z}_{\beta\beta} = \frac{\vec{Z}_{i,j+1} - 2\vec{Z}_{i,j} + \vec{Z}_{i,j-1}}{\delta^2};$$

$$\vec{Z}_{\alpha\beta} = \frac{\vec{Z}_{i+1,j+1} + \vec{Z}_{i-1,j-1} - \vec{Z}_{i+1,j-1} - \vec{Z}_{i-1,j+1}}{4\delta^2},$$

(i, j = 1, 2,...,N-1).

Решение данной задачи получено на основе универсальной вычислительной программы, реализующей вычислительную схему блочной итерации.