

УДК 004.94

Антоник И.А.

Научный руководитель: к.т.н., доцент Хведчук В.И.

## ПОДХОД К МЕТОДУ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ АНАЛИЗА СВОЙСТВ ТОПОЛОГИИ ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРОВ

**Введение.** Симуляторы процессов в полупроводниковых моделях включают воздействия на различных этапах производства полупроводников: рост, травление, осаждение и т. д. Большинство моделирующих систем на сегодняшний день являются производными от SUPREM.IV.GS [1]. Эпитаксия кремния используется для выращивания слоя кремния на верхней поверхности для создания р-области. Моделирование процесса эпитаксии осуществляется через осаждение. Диффузионный шаг применяется для активации всех легирующих примесей.

**Пространственный заряд и применяемое смещение.** Моделирование устройства выполняется как для состояния смещения постоянного тока, так и для состояния смещения переменного тока. Симулятор сканирует смещение постоянного напряжения на контактном терминале, который является анодом.

Изменяя напряжение смещения, приложенное к *p-n*-переходу, можно увидеть, как пространственный заряд изменяется в зависимости от различного напряжения смещения. Области пространственного заряда уменьшаются по мере увеличения напряжения смещения, как можно видеть из рисунка 1.

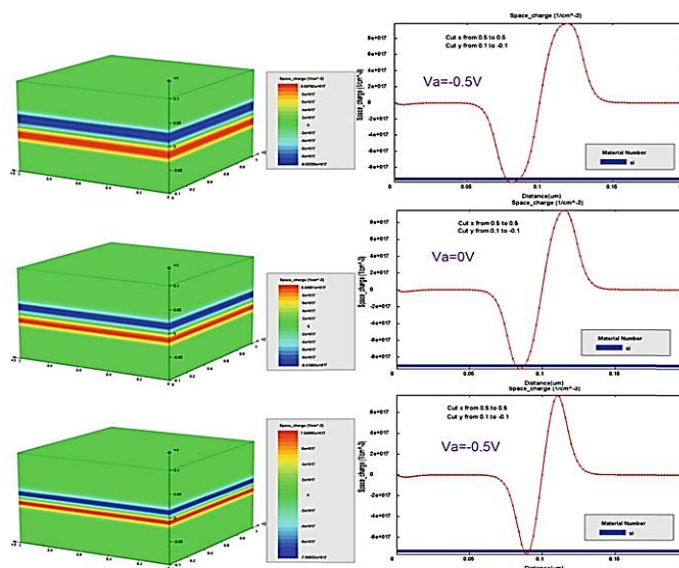


Рисунок 1

При равновесии ширину области пространственного заряда  $W$  можно записать в виде:

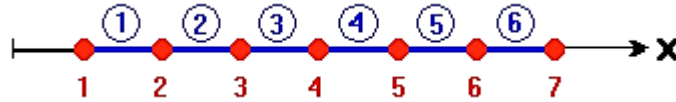
$$W = \sqrt{\frac{2\varepsilon V_0}{q} \left( \frac{1}{N_a} + \frac{1}{N_d} \right)},$$

где  $N_a$  и  $N_d$  — концентрация акцепторов и доноров,  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость и  $V_0$  — встроенный потенциал:

$$V_0 = \frac{kT}{q} \ln \left( \frac{N_a N_d}{n_i^2} \right).$$

Для  $p$ - $n$ -перехода с текущим электрическим током, например в этом примере  $V_0$  должно быть заменено на новую высоту барьера:  $V_0 - V$ . Как видно из данного уравнения, при возрастании приложенного напряжения  $V$  от  $-0,5$  до  $0,5$  V,  $W$  будет уменьшаться.

**Описание модели для компьютерной математической системы.** Рассмотрим линейную интерполяцию одной переменной (рис. 2) [2–4].



**Рисунок 2**

$$x_{node} := (1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7)^T, \quad n_{el} := 6.$$

Предположим, что точное решение для переменной поля

$$f(x) := 7 \cdot \sin(1.5 \cdot x) + 8,$$

и переменным поля в каждом узле соответствует точное решение:

$$i := \dots \text{rows}(x_{node}), \quad \phi_{e_i} := f(x_{node_i}),$$

$$\phi_e^T = (14.982 \ 8.988 \ 1.157 \ 6.044 \ 14.566 \ 10.885 \ 1.842).$$

Используя линейные функции формы,  $N_1$  и  $N_2$ , для переменных поля в области поиска решения все элементы могут быть аппроксимированы в кусочно-линейном виде:

$$N_1(x, x_1, x_2) := \frac{x - x_1}{x_1 - x_2}, \quad N_2(x, x_1, x_2) := \frac{x_1 - x}{x_1 - x_2},$$

Определим переменную  $x$  на каждом элементе:

$$n := 25, \quad j := 1 \dots n_{el},$$

$$\begin{pmatrix} x_{j,1} \\ x_{j,n+2} \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} x_{node_j} \\ x_{node_{j+1}} \end{pmatrix}, \quad k := 2 \dots n + 1,$$

$$\Delta_j := \frac{x_{node_{j+1}} - x_{node_j}}{(n - 1)}, \quad x_{j,k} := x_{node_j} + \Delta_j \cdot (k - 2).$$

Вариация переменной поля:

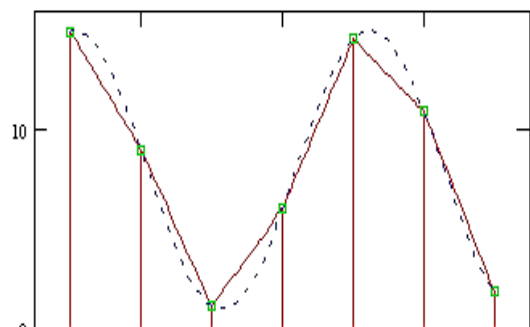
$$\phi_{j,k} := N_1(x_{j,k}, x_{node_j}, x_{node_{j+1}}) \cdot \phi_{e_i} + N_2(x_{j,k}, x_{node_j}, x_{node_{j+1}}) \cdot \phi_{e_{i+1}},$$

$$\begin{pmatrix} \phi_{j,1} \\ \phi_{j,n+2} \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$k := 1 \dots n + 2.$$

На рисунке 3 непрерывной линией показана аппроксимация, пунктиром — точное значение функции, квадратиками выделены значения в узлах.

Процесс конечно-элементного моделирования включает выбор функции интерполяции, сборку матриц жесткости и решение для переменных поля в каждом узле. Акцент дан областям структурного анализа и



**Рисунок 3**

краевых задач. Кроме того, обобщенный код конечного элемента представлен для приложений за пределами области структурного анализа.

Выполняется обзор фундаментальных понятий линейной эластичности и разрабатывается код конечного элемента для плоско-напряженной задачи. Используется принцип минимума потенциальной энергии.

Проводится одно- и двумерная интерполяция.

Отображаются конечные элементы, используя плосконапряженные изопараметрические элементы.

Обобщается с использованием метода взвешенных невязок задача структурного анализа.

В результате получается код конечного элемента для двумерной линейной краевой задачи.

**Заключение.** Большинство симуляторов работают на основе 2D и 3D конечно-элементного анализа электрических, тепловых и оптических свойств соединений и кремниевых полупроводниковых приборов.

Симулятор решает уравнения Пуассона и непрерывности тока и включает в себя дополнительные модели, такие как носители энергии транспорта (гидродинамические модели), квантовой (механические волновые уравнения) и скалярных волновых уравнений для фотонных волноводных устройств. Важным приложением разработанных средств является использование для задач обучения. В целом, предложенные средства позволяют сократить время при подготовке тестирующего контента для системы обучения и контроля знаний.

#### Список цитированных источников

1. Simon Li, Yue Fu 3D TCAD Simulation for Semiconductor Processes, Devices and Optoelectronics. – New York, Springer Science+Business Media, 2012. – 292 p.
2. Абрамов, И.И. Численное моделирование элементов интегральных схем / И.И. Абрамов, В.В. Харитонов. Под ред. А.Г. Шашкова – Минск: Высш.шк., 1990. – С. 224.
3. Зенкевич, О. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1986. – С. 247.
4. Mathcad 6.0 Руководство пользователя. – М.: Мир, 1996. – С. 658.

УДК 517.91: 004.021

**Вацкель Р.С.**

**Научный руководитель: к.ф.-м.н., доцент Швычкина Е.Н.**

### СРАВНЕНИЕ ФАЗОВЫХ ТРАЕКТОРИЙ ХЕМОСТАТ-МОДЕЛИ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ СКОРОСТЕЙ РОСТА ОРГАНИЗМОВ

Рассмотрим модель роста популяций в хемостате, которую часто называют базовой [1]. Эта базовая хемостат-модель основывается на кинетике Моно и записывается в виде следующей системы уравнений Михаэлиса-Ментен [1]:

$$\begin{cases} \dot{s}(t) = D_0 - s(t)D - x_1(t)\frac{m_1 s(t)}{a_1 + s(t)} - x_2(t)\frac{m_2 s(t)}{a_2 + s(t)}, \\ \dot{x}_i(t) = \left( \frac{m_i s(t)}{a_i + s(t)} - D \right) x_i(t), \quad (i = 1, 2), \end{cases} \quad (1)$$

где параметр  $D$  называется потоком и численно равен скорости подачи питательного субстрата в ферментер; функция  $s(t)$  обозначает плотность питательного суб-